



MALMÖ HÖGSKOLA
Lärande och
samhälle

Examensarbete

30 högskolepoäng, avancerad nivå

Mellanstadielärares antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg – en diskursanalys

*Middle school teachers' assumptions on technology in
mathematics education – a discourse analysis*

Ulrika Ryan

Masterexamen i pedagogik, 120 hp.
Pedagogik
Slutseminarium 2016-02-04

Examinator: Annica Andersson
Handledare: Lisbeth Amhag

Abstract

My study aims at pointing out how teachers' for granted-taken assumptions on mathematics education with technology impacts their mathematics teaching. The study has a classroom perspective as a point of departure and the empiric material consists of 36 grade four teachers' focus group discussions on technology in mathematics teaching. Gee's (2005) theoretical framework on discourse analysis has been used focusing on so called Discourse models as a tool for investigation. Discourse models can, according to Gee (2005) be described as prototype simulations e.g taken for granted assumptions shared amongst a number of people. My interest is on functional aspects of technology in mathematics education and thus I have used the concepts of instrumental genesis and instrumental orchestration (Trouche, 2004) since these concepts highlights the relation between the student's mathematics learning, the technology used and the teaching. Within the triad these factors form I have studied how teachers' for granted taken assumptions both constrain and enable mathematics teaching with technology. The results point at teachers taking for granted that when students use technology individually or in pairs the purpose is drilling mathematics skills. The teachers also assume that the use of technology makes mathematics learning more fun. These assumptions differ from the intentions in the Swedish national mathematics curriculum, which points out scaffolding aspects of technology in mathematics learning such as enabling mathematical explorations using digital dynamic representations. In the empirical material there is one example of teachers' assumptions on technology in mathematics education which coincides with the intentions of the Swedish national curriculum thus being an example of how technology can be used in exploring mathematics. When technology is used in whole class teaching it is argued by the teachers that it helps "opening up" class discussions. More on, the results show that the teachers take for granted (particularly when technology is used individually or in pairs) that the instrumental genesis occurs without their orchestration, which means that responsibility for students' instrumental genesis is put either on the student or on the tool. This means that students' instrumental genesis towards the object of learning is assessed in regards to the student or to the tool. The issue of teacher orchestrations becomes a non-issue. The results of the study also suggests that the teacher's autonomy in relation to the tool affects the instrumental orchestration.

Nyckelord; matematikundervisning, mellanstadiet, digitala verktyg, instrumentell orkestrering, diskursanalys

Förord

Då jag lägger sista handen vid min masteruppsats gör jag det både med glädje och viss oro. Känslan går att likna vid den jag erfor då jag vinkade av min dotter till första skoldagen i årskurs 1. Det var då dags för henne att ta ett kliv på vägen mot självständighet. På samma sätt är det dags för min uppsats, som jag arbetat med i tanken under flera års tid och i datorn under det gångna året, att stå för sig själv och förhoppningsvis läsas av någon.

Jag vill rikta ett stort tack till min dotter som stöttat och peppat mig och också sagt åt mig att inte bli uppslukad av uppsatsen utan göra annat emellanåt. Jag tänker ofta på de kloka ord hon som 4-åring yttrade då jag misslyckades med något i köket och var ganska upprörd över det. Hon sa helt lugnt ”Mamma, det händer så ibland.” och ja, det händer ibland att man misslyckas, går vilse eller tappar tron på sig själv, men i orden ligger också en vetskap om att det ordnar sig igen. Precis så har arbetet med denna uppsats förlupit. Emellanåt har det trasslat till sig och vägen mot målet har varit allt annat än rak och ”det händer så ibland”, men det har ordnat upp sig och nu skriver jag uppsatsens sista ord.

Att det ”ordnat upp sig” beror till stor del på mina alla vänner och kära nuvarande och före detta kollegor som stöttat, peppat, läst och kommit med ovärderliga synpunkter och bidragit med kunnande som det är en ynnest att få ta del av. Tack!

Jag också rikta ett stort tack till min handledare, Lisbeth Amhag, som tagit sig tid att läsa, komma med värdefulla kommentarer och utmana mig i arbetet med min uppsats. Tack!

Slutligen vill jag tacka de 36 lärare som delat med sig av sina synpunkter och erfarenheter kring digitala verktyg i matematikundervisningen.

Torna Hällestad i januari 2016

Ulrika Ryan

Innehållsförteckning

Abstract	3
Förord.....	4
Inledning	8
Syfte och frågeställningar	12
Centrala begrepp	12
Litteraturgenomgång.....	14
Tidigare forskning.....	14
Ersättning, förstärkning eller transformation.....	14
TPACK-modellen	15
Instrumentell orkestrering	17
Lärarens roll i det tekniktäta matematikklassrummet.....	17
Orkestreringstyper.....	19
Matematikundervisning i det tekniktäta årskurs 1-6-klassrummet.....	21
Teoretiska utgångspunkter	25
Diskursteori och diskursanalys	25
Diskursteori och diskursanalys enligt d/D-modellen.....	26
Kritik mot diskursanalys	31
En matematisk klassrumsdiskurs	31
Artefakter	33
Artefakter i matematikundervisningen.....	34
Sammanfattning	36
Metod och genomförande	37
Fokusgruppsamtal	37
Genomförande.....	38
Transkribering.....	39
Analysförfarande – steg 1	39
Analysförfarande – steg 2	40
Analysförfarande - steg 3.....	42
Validitet, reliabilitet och språkets reflexivitet.....	42

Forskningsetiska aspekter	45
Resultat och analys.....	46
Elevers enskilda eller parvisa användning av digitala verktyg i matematikundervisningen	47
Resultat - steg 1	48
Excerpt 1 och 2 – steg 2	48
Excerpt 3 och 4 – steg 2	50
Resultat Diskursmodeller – steg 3	52
Helklassundervisning i matematik med digitala verktyg.....	52
Resultat steg 1 - Matematikundervisning i det heterogena klassrummet.....	53
Excerpt 5 och 6 - steg 2 – Matematikundervisning i det heterogena klassrummet	53
Resultat steg 3 – Diskursmodeller - Matematikundervisning i det heterogena klassrummet	55
Resultat steg 1 - Matematiksamtal i helklass	55
Excerpt 7 - steg 2 – Matematiksamtal i helklass.....	55
Resultat - steg 3 – Diskursmodeller Matematiksamtal i helklass	57
Matematik och digitala verktyg för att undersöka ett utommatematiskt fenomen	58
Resultat - steg 1	58
Excerpt 8 - steg 2	58
Resultat steg 3 - Diskursmodeller	60
Sammanfattning av resultat och analys.....	60
Diskussion.....	62
Metoddiskussion	62
Resultatdiskussion.....	65
Implikationer för vidare forskning.....	69
Implikationer för matematikundervisning med digitala verktyg på mellanstadiet	70
Referenslista.....	71

Inledning

Då jag som undervisande lärare deltog i forskningsprojektet *Matematik för den digitala generationen* (2010-2012), var en av mina uppgifter att dela med mig av mina erfarenheter av matematikundervisning med digitala verktyg i låg- och mellanstadiet. Under ett par års tid mötte, föreläste för och samtalade jag med ett stort antal lärare som undervisade grundskolans yngre elever i matematik i Sverige. Jag blev varse hur mitt förhållningssätt gentemot matematikundervisning med digitala verktyg skilde sig från de kollegor jag mötte och att denna skillnad i förhållningssätt tycktes medföra att vi använde digitala verktyg i vår undervisning på olika vis och med olika syfte. Även då jag analyserat min insamlade empiri i samband med föreliggande uppsats har denna skillnad blivit synlig. Ett excerpt från den insamlade empirin då några lärare diskuterar olika applikationer som kan användas för undervisning om koordinatsystem diskuteras får exemplifiera den skillnad jag upplevde. Det första uttalandet som lärare LE1 gör i excerptet nedan gäller en applikation som består av olika uppgifter om koordinater som eleverna ska göra. Det andra och tredje uttalandet som lärare LE3 och LE4 gör handlar om applikationen Geogebra, ett program som erbjuder möjligheter till olika matematiklaborationer bland annat om koordinater, men programmet kräver att läraren designar undersökningar eller uppgifter åt eleverna.

LE1:...fast jag inte gav någon intro vi har inte jobbat med koordinatsystem så fattade de väldigt snabbt att okej fem tre där de möts nu var det en rätt skarp elev som fick sitta med detta när de fick lite tid över...

LE3: Vi måste ju veta vad vi ska lära dem jag vet inte vad det [applikationen Geogebra] ska lära dem

LE4: Men men men vad är det dom ska använda det till vad är det de ska göra och lära sig utav att de gör den?

Jag uppfattar det som om lärarna i ovanstående excerpt tar för givet att det, då digitala verktyg används i matematikundervisningen, är själva verktyget som ska "lära" eleverna något och att läraren i någon mån frånsäger sig sin egen matematikundervisning. Eleverna ska "göra" applikationen medan lärarens planerade undervisning som exempelvis skulle kunna sätta applikationens erbjudanden till matematiklärande i relation till elevers tidigare kunskaper eller till nya upptäckter tycks vara inaktuell då digitala verktyg används. Detta verkar i sin tur medföra att undervisningssituationer då digitala verktyg används i ett undersökande arbete utesluts. Den erfarenhet kring matematikundervisning med digitala verktyg jag skaffade mig genom mitt deltagande i projektet *Matematik för den digitala generationen* säger mig att det är

då det gäller matematikundersökningar som de digitala verktygen kan spela stor roll i undervisningen.

I grundskolans kursplan för matematikämnet fastslås att eleverna ”... genom undervisningen [ska] ges möjligheter att utveckla kunskaper i att använda digital teknik för att kunna undersöka problemställningar, göra beräkningar och för att presentera och tolka data.” (Skolverket, 2011a, s. 62). I tillhörande kommentarmaterial (Skolverket, 2011b) konkretiseras ovanstående text och följande användningsområden för digitala verktyg i matematikundervisningen kan urskiljas:

- Omfattande beräkningar
- Hantering av stora mängder data
- Matematiska modeller och prognoser
- Visualisering och konkretisering av det abstrakta
- Laborationer med geometriska former

Således är det uttalat i grundskolans styrdokument att och till vad elever ska ges möjlighet att använda digitala verktyg i sitt matematiklärande. Att med hjälp av styrdokument implementera digitala verktyg i matematikundervisningen i ovan nämnda moment är en exemplifiering av hur styrdokumentena påverkats av de forskningsrön som visar matematikundervisning som innebär att eleverna ges möjlighet att undersöka, laborera och vara aktivt konstruerande i större utsträckning stöttar elevers autonomi i matematikrelaterade situationer och leder till att de utvecklar matematiska kompetenser (se exempelvis Kunter, Baumert & Blum (red.), 2013; Niss & Højgaard Jensen, 2002).

I Sverige är det i matematikundervisning, jämfört med övriga undervisningsämnen, som digitala verktyg används i lägst utsträckning (Skolverket, 2013). Orsaker som teknikproblem eller bristande generell digital kompetens hos lärare kan inte förklara skillnaden mellan matematikämnet och grundskolans övriga ämnen, åtminstone inte när det gäller användningen av datorer i undervisningen. Huruvida skillnaden är den samma då det gäller exempelvis datorplattor eller interaktiva skrivtavlor framgår inte ur rapporterna. Inget motiv till skillnaden i användande mellan matematikämnet och övriga ämnen redovisas i rapporten *IT-användning och it-kompetens i skolan* (Skolverket, 2013). Ur samma rapport framgår att elever i Sverige möter digitala verktyg i lägst utsträckning i matematikämnet. Därefter kommer användning i de naturvetenskapliga ämnena, inom vilka användandet dock är betydligt högre. Skillnaden i användningen av datorn i matematik, jämfört med i de naturvetenskapliga ämnena kan vara intressant bland annat eftersom det ofta är samma lärare som undervisar i dessa ämnen. Detta faktum tyder på att förklaringar till det låga användandet i

matematikämnet svårligen återfinns i lärarnas generella it-kompetens eller i diverse teknikproblem, vilket förs fram som förklaringar i rapporten *Tid för matematik* (Skolverket, 2012).

Omfattande forskning visar att digitala verktyg har positiva effekter på elevers matematiklärande, men att det krävs särskilda förutsättningar för att denna effekt ska uppnås (se t ex Connell, 1998; Li & Ma, 2008; Lou, d'Apollonia & Abrami, 2001). Dessa ”särskilda förutsättningar” begränsas eller möjliggörs genom lärarens undervisningspraktik. Dessutom tycks de särskilda förutsättningarna som krävs för att digitala verktyg ska stötta elevers matematiklärande vara en del av en undervisningskultur som sträcker sig utanför klassrummets väggar och gäller även på nationell nivå eftersom det enligt PISA-rapporten *Students, computers and learning* (2015) endast är Danmark och Norge som visar korrelation mellan höga resultat i matematik och matematikundervisning med stort inslag av digitala verktyg. För Sverige gäller att hög användning av digitala verktyg korrelerar med låga resultat i större mån än vad gäller övriga OECD-länder. Det tyder på att det är andra faktorer än bara huruvida digitala verktyg används i matematikundervisningen som spelar roll för elevernas matematiklärande med digitala verktyg. Det betyder att fokus på frågeställningar kring matematikundervisning med digitala verktyg bör flyttas från att gälla i vilken omfattning verktygen används till att i stället röra frågor om på vilket sätt och med vilket syfte de används.

I skolan, till skillnad från i yrkes- och vardagslivet, fyller digitala verktyg två skilda funktioner. Den uppdelning som jag här avser att göra är inspirerad av Walkerdine (1998) som använder en liknande modell för att beskriva små barns möte med talbegreppet i hemmet genom att skilja mellan instrumentella och pedagogiska möten. Walkerdine (1998) menar att ett tillfälle då en vuxen passar på att högt räkna knapparna på jackan för barnet i samband med att den knäpps, är ett pedagogiskt möte med matematik. Räkandet utförs i syfte att barnet ska lära sig räkna. Räkande av antal decilitermjöl som ska användas i kaka bakning är ett instrumentellt möte eftersom matematiken i det fallet sätts i spel som ett instrument för att få rätt mängd mjöl i kakan. Jag använder samma resonemang nedan då jag menar att digitala verktyg används dels instrumentellt, till exempel som skriv- eller räkneinstrument för textframställning eller beräkningar, vilket motsvarar användandet i vardags- och yrkeslivet, men de kan också fungera som pedagogiskt instrument.

Då digitala verktyg används instrumentellt i skolan spelar de en indirekt roll i elevernas lärande till exempel då elever skriver ett arbete i naturvetenskap på datorplattan eftersom huvudsyftet inte är själva skrivandet utan textens naturvetenskapliga innehåll. Digitala verktyg är ett pedagogiskt

instrument då de spelar en direkt roll i lärandet. Ett exempel på detta är elever som laborerar med digitala konstruktioner av olika geometriska objekt för att utveckla sin begreppsförmåga kring dessa. I de flesta av grundskolans ämnen används av tradition uppgifter där elever uttrycker sig i löpande text. Det blir då relativt enkelt för läraren att byta ut papper och penna mot datorn som skrivinstrument i elevernas arbete. Att använda datorn som skrivinstrument i matematikundervisningen är fullt möjligt och skrivande i matematikundervisningen kan spela stor roll i elevernas matematiklärande (Teuscher, Hodges Kulinna & Crookermen, 2015), men då det handlar om att handskas med matematik instrumentellt, är det mest lämpade verktyget sällan ett skrivinstrument eftersom matematikens representationer medieras genom semiotiska tecken som oftast är annorlunda än de ett ordbehandlingsprogram vanligtvis erbjuder.

Är det kanske så att lärare inte betraktar digitala verktyg som en läranderesurs i matematikklassrummet och därmed inte heller anser dem kunna gagna elevernas matematiklärande? Eller är det snarare så att lärare ser digitala verktyg endast ur ett instrumentellt perspektiv och inte hur de skulle kunna sättas i spel i matematikundervisningen ur ett pedagogiskt perspektiv? Eller är det så att lärare menar att matematikundervisning med digitala verktyg sträcker sig till att eleven "gör" olika applikationer och att lärarens undervisning därmed begränsas till att välja ut olika applikationer som eleverna ges tillfälle att arbeta med? Hur motiverar lärare digitala verktyg i matematikundervisningen? Vilka förgivettagna antaganden om digitala verktyg i matematikundervisningen möjliggör och begränsar lärares användning av dem i den egna matematikundervisningspraktiken? Dessa frågeställningar och tankar ligger till grund för föreliggande uppsats.

Syfte och frågeställningar

Med utgångspunkt i att lärares förgivettagna antaganden om såväl matematikundervisning som om vilka erbjudanden och stöd digitala verktyg kan ge matematikundervisningen syftar föreliggande studie till att undersöka, analysera och synliggöra dessa förgivettagna antaganden.

- Vilka förgivettagna antaganden gör några årskurs-4-lärare om elevers matematiklärande med stöd av olika digitala verktyg i matematikundervisningen?
- Vilka förgivettagna antaganden gör några årskurs-4-lärare om sin undervisning med digitala verktyg då dessa tillsammans med elevers tankar och handlingar blir till instrument för matematiklärande?

Centrala begrepp

Följande centrala begrepp används i studien och återkommer i litteraturgenomgången om hur de beskrivs och används.

Applikationer: eller tillämpningsprogram, det tredje lagret som datorn/datorplattan delas upp i. De övriga är hårdvara och operativsystem. Applikation används i stället för programvara eftersom programvara utgörs av både operativsystem och applikationer (<https://sv.wikipedia.org/wiki/Programvara>).

Artefakt: redskap/resurser att tänka och handla med, med olika karaktär; primär (fysiskt föremål), sekundär (extern minnesfunktion) och tertiär (tankeredskap) (Wartofsky, 1979).

Digitala verktyg: använder jag med avseende både på hård- och mjukvara samt på informationssystem (exempelvis internet) då distinktion mellan dessa inte är av betydelse.

Diskurs: ett bestämt sätt att tala om, agera i och förstå världen, dvs. språk-i-användning genom sju byggstenar; signifikans, aktiviteter, identiteter, relationer, politik eller fördelning av sociala varor, samband samt teckensystem och kunskap (Gee, 2005).

Diskurs med stort D: Diskurser begränsar vad som är möjligt att säga, göra och uttrycka i olika situationer och kan ses som en tvingande, bestämd talordning som möjliggör vissa sätt att tala om och agera i världen (Gee, 2005).

Diskursmodeller: förgivettagna antaganden som delas av flera. Diskursmodeller kan fungera anslutande, värderande eller som modeller-i-användning (Gee, 2005).

Instrumentation: den påverkan som artefakten har på användare (Trouche, 2004).

Instrumentalisation: den påverkan användaren har på artefakten (Trouche, 2004).

Instrumentell genes: den process som pågår då tankar och handlingar smälter samman med ett verktyg så att ett instrument för att utföra något specifikt kommer till stånd (Trouche, 2004).

Instrumentell orkestrering: lärarens medvetna plan för att stötta elevers instrumentella genes (Trouche, 2004).

Lilla-d-diskurs: språk-i-användning ”på plats” för att utföra handlingar och identiteter (Gee, 2005).

Litteraturgenomgång

Kapitlet inleds med en översikt kring matematikdidaktisk forskning med digitala verktyg. Eftersom forskare inom det matematikdidaktiska fältet företrädevis använder något av de tre perspektiven a) ersättning, förstärkning och transformering, b) TPACK eller c) instrumentell orkestrering redogörs inledningsvis för dessa. Därefter följer en sammanställning av matematikdidaktiska forskningsstudier med fokus på läraren i det tekniktäta matematikklassrummet. Studierna är med några undantag gjorda efter 2010. Studier som rör lärare med undervisning i motsvarande årskurs 1-6 är mycket få därför diskuteras även några studier som rör undervisning av äldre elever men som är relevanta för föreliggande uppsats. Därefter redogörs för de teoretiska perspektiv som uppsatsen utgår från. Genom diskursanalys undersöks lärares förgivettagna antaganden om elevers matematiklärande med digitala verktyg. Gees (2005) teoretiska och metodologiska antaganden används för diskursanalys med fokus på Diskursmodeller (förgivettagna antaganden). I uppsatsen används begreppet instrumentell orkestrering (Trouche, 2004) för att beskriva hur lärarens planering utgör förutsättning för elevernas matematiklärande med digitala verktyg. Begreppet instrumentell orkestrering presenteras kortfattat i litteraturgenomgången eftersom det utgör ett av de ovan nämnda tre perspektiven. Begreppet instrumentell orkestrering teoriläggs i uppsatsens teoridel.

Tidigare forskning

Matematikdidaktisk forskning om lärarens roll i det tekniktäta klassrummet har ofta utgått från något av följande tre perspektiv. Det första perspektivet rör hur digitala verktyg kan fungera som ersättning, förstärkning eller transformation i lärarens undervisningspraktik (Hughes, Thomas & Scharber, 2006). Det andra perspektivet behandlar hur lärarens kunskaper om ämnesinnehåll, pedagogik och teknik samspelar i undervisningspraktiken i den så kallade TPACK-modellen (Koehler, Mishra & Cain, 2013). Det tredje perspektivet, instrumentell orkestrering rör lärares planering, genomförande och uppföljning av matematikaktiviteter med digitala verktyg (Trouche, 2004).

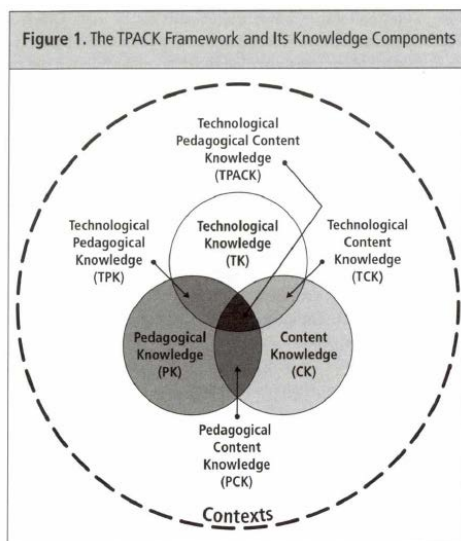
Ersättning, förstärkning eller transformation

Ett sätt att resonera kring digitala verktygs påverkan på undervisning är att göra det i relation till hur samma undervisningssituation skulle se ut utan inverkan av digitala verktyg. Det betyder att de digitala verktygen kan fungera som *ersättning*, d v s det digitala verktyget ersätter något som redan ingår i lärarens undervisningsrepertoar. Ersättning innebär att varken form eller innehåll i undervisningen förändras, det är endast mediet som är annorlunda. Digitala verktyg kan även fungera som *förstärkning* i den mening att de digitala verktygen förstärker en viss komponent i undervisningen, vilket i sin tur medför att vissa aspekter av undervisningen förstärks utan att

undervisningen på det hela taget förändras. Ett tredje sätt som digitala verktyg kan fungera på är *transformation* då de möjliggör en förändrad undervisningspraktik så väl som en förändrad lärarroll (Hughes, Thomas & Scharber, 2006). Det kan vara av intresse att beakta att det som kan betraktas som transformation av lärares undervisningspraktik måste förstås relativt hur samma undervisningspraktik i en given situation tett sig utan inverkan av digitala verktyg. Därför kan inte ersättning, förstärkning och transformation ses relaterade till varandra hierarkiskt utan i relation till hur de digitala verktygen fungerar i olika undervisningssituationer och i olika lärares undervisningspraktiker. Inte nog med det, samma digitala verktyg kan under ett och samma undervisningstillfälle fungera exempelvis så väl ersättande som förstärkande (Trigueros, Lozano & Sandoval, 2014).

TPACK-modellen

TPACK-modellen används för att beskriva tre olika aspekter av lärarens behov av kunskap för att undervisa i det tekniktäta klassrummet. TPACK-modellen utgörs av de tre domänerna innehållsliga kunskaper, teknikkunskaper och pedagogiska kunskaper. Förutom kunskaper inom de tre domänerna behöver läraren kunskap om samspelet mellan dessa domäner (Koehler, Mishra & Cain, 2013). Relationen mellan de olika domänerna beskrivs med hjälp av ett Venn-diagram (se fig. 1 nedan). Koehler et al. (2013) menar att i ju större utsträckning de tre fälten sammanfaller desto godare är förutsättningen för en lyckad undervisning med digitala verktyg.



Figur 1. TPACK-modellen enligt Koehler et al. (2013, sid. 15)

De innehållsliga kunskaperna avser lärarens ämneskunskaper i exempelvis geometri, men kunskaperna är även av ämnesdidaktisk karaktär och rör då exempelvis olika aspekter av triangelbegreppet som elever behöver urskilja i den begreppsmässiga utvecklingen av begreppet

triangel. Pedagogiska kunskaper gäller generiska aspekter av lärande och undervisning vilka påverkar lärares allmänna undervisningspraktik. Teknikkunskaper (som i modellen kan utgöras av kunskaper om såväl analog som digital teknik) är enligt Koehler et al. (2013) svårare att definiera eftersom de är i ständig förändring i och med den snabba teknikutvecklingen. Dessa kan utgöras av lärarens kunskaper med avseende på teknologisk litteracitet, vilket innebär att på ett effektivt sätt kunna använda teknik i såväl vardags- som yrkeslivet.

Området där domänerna teknikkunskaper och pedagogiska kunskaper överlappar varandra beskriver hur lärare kan sätta teknik i spel med ett pedagogiskt syfte, medan området där domänerna teknikkunskaper och innehållsliga kunskaper överlappar varandra beskriver hur lärare kan använda teknik för att sätta ett visst ämnesinnehåll i spel. Området där pedagogiska och innehållsliga kunskaper överlappar varandra beskriver hur lärare sätter de pedagogiska kunskaperna tillsammans med ämnes- och ämnesdidaktiska kunskaper i spel i sin undervisningspraktik. Dessa två domäner tillsammans är det som beskriver undervisning utan digitala verktyg. Modellen PCK (pedagogic-kontent-knowledge) som TPACK-modellen bygger på beskrevs först av Shulman (1987). PCK-modellen beskriver hur lärares ämneskunskaper med hjälp av de pedagogiska kunskaperna transformeras så att det blir ett undervisningsinnehåll som passar de elever undervisningen riktar sig mot. Kärnan i TPACK-modellen, d v s där de tre domänerna pedagogik, innehåll och teknik överlappar varandra innefattar lärarens kunnande om hur ett exempelvis ett matematiskt objekt kan representeras utifrån lärarens pedagogiska repertoar, de digitala verktygens erbjudanden och elevernas tidigare kunnande så att elevernas kunnande vidgas och/eller fördjupas. Koehler et al. (2013, sid. 16) beskriver kärnan i TPACK enligt nedan.

TPACK is the basis of effective teaching with technology, requiring an understanding of the representation of concepts using technologies, pedagogical techniques that use technologies in constructive ways to teach content, knowledge of what makes concepts difficult or easy to learn and how technology can help redress some of the problems that students face, knowledge of students' prior knowledge and theories of epistemology, and knowledge of how technologies can be used to build on existing knowledge to develop new epistemologies or strengthen old ones.

(Koehler et al., 2013, sid. 16)

Modellen som fått stor spridning (Koehler et al., 2013), har ifrågasatts med avseende på att det i praktiken är svårt att skilja de olika överlappande fälten åt, men också för att de kan vara motsägelsefulla (Drijvers, Tacoma, Besamusca, van den Heuvel, Doorman & Boon, 2014; Ruthven, 2014). Dessutom har modellen kritiserats för att endast rada upp kunskap (ämneskunskap, pedagogisk kunskap och teknisk kunskap) som har betydelse för hur lärare använder digitala verktyg i undervisningen utan att närmare analysera hur dessa aspekter av kunskap samspelar i lärares undervisningspraktiker och utan att ta hänsyn till vilka underliggande värderingar, antaganden och

förgivet tagande som spelar roll i detta samspel (Ruthven, 2014). Inom det omfattande tyska COACTIVE-projektet har faktorer som spelar roll i framgångsrika matematiklärares undervisningspraktik studerats (Kunter & Baumert, 2013). Professionell kunskap, professionella övertygelser, motivation och självreglerande förmåga är de faktorer som samspelar i en effektiv undervisningspraktik i matematikklassrummet, enligt projektet. Det kan tolkas som en sammansmältning av de faktorer som TPACK innehåller samt det modellen kritiserats för att sakna.

Instrumentell orkestrering

Instrumentell orkestrering rör lärarens förberedelser både av uppgifter och undervisningsstrategier, men även hur dessa sätts i spel under undervisningstillfället och hur planen kan komma att justeras beroende på vad som inträffar både med avseende på elevernas aktiviteter och lärande men också med avseende på teknikens funktionalitet. Enligt Drijvers, Doorman, Boon, Reed och Gravemeijer (2010) består den instrumentella orkestreringen av tre delar. Det första, didaktisk plan (*didactical configuration*), handlar till exempel om vilka artefakter läraren väljer att använda och hur dessa ska samspela med det avsedda matematikinnehållet för att stötta elevernas lärande. Den andra komponenten, plan för genomförande (*exploitation mode*), rör hur läraren väljer att utnyttja den didaktiska planen i klassrummet. Det handlar om beslut kring hur och vilka frågor som ska ställas, hur uppgifter ska introduceras, vilken roll olika artefakter ska spela och hur elevernas progression ska följas. Den tredje komponenten, didaktiskt utförande (*didactical performance*) har att göra med alla de beslut läraren fattar under lektionens gång beroende på elevens respons och interaktion, oväntade matematiska eller tekniska frågeställningar som gör sig gällande och så vidare. Modellen instrumentell orkestrering är handlingsfokuserad (Ruthven, 2014) och har en tidsdimension i det att den didaktiska planen upprättas innan lektionen. Planen för genomförande är mer rörlig då den dels upprättas innan lektionen men kommer att påverkas av det som sker under lektionen. Det didaktiska utförande har en stark här-och-nu-anknytning. Modellen är tvådimensionell eftersom instrumentell orkestrering å ena sidan tar hänsyn till lärares allmänna repertoar av undervisningstekniker och är därmed beroende av lärarens generella idéer om matematikundervisning. Den har, å andra sidan, också en specifik dimension eftersom den är beroende av en specifik didaktisk kontext som utgörs av den enskilde lärarens elevgrupp och lärarens specifika didaktiska avsikter (Drijvers et al., 2010).

Lärarens roll i det tekniktäta matematikklassrummet

Joubert (2012) beskriver tre stora utmaningar som matematikdidaktisk forskning rörande matematikundervisning i det tekniktäta klassrummet står inför. Den första gäller vilken betydelse den ständigt ökande tillgången till uppkoppling mot internet har för matematikundervisning; den andra vilken roll s.k. "alltid tillgänglig" teknik har för matematikundervisning och den tredje gäller lärarens

orkestrering av elevers matematiklärande med digitala verktyg, till vilken föreliggande uppsats kan räknas. Joubert (2012) hävdar att fokus i tidigare forskning legat på elevers användande av teknologi, men att den på senare tid flyttats mot lärarens roll i det tekniktäta klassrummet och att det finns ett behov av att framöver beforska samspelet mellan elever och elever och mellan elever och lärare i tekniktät matematikundervisning.

I inledningsordet till forskningsöversikten *The mathematics teacher in the Digital Era* (Clark-Willsom, Robutti & Sinclair (red.), 2013) beskrivs hur lärarens roll i relation till digitala verktyg skiftat från att under exempelvis 1980-talet närmast förväntats ersättas av de digitala verktygen, det vill säga ansetts oviktig i elevers matematiklärande med digitala verktyg, till att det numer finns teoretiska ramverk som exempelvis TPACK (Koehler, Mishra & Cain, 2013) och Drijvers et al. (2010) idé om orkestrering för att synliggöra lärarens betydelse då digitala verktyg används i klassrumsundervisning. Drijvers et al. (2010) menar dock att trots att ramverket om orkestrering (Trouche, 2004) finns tillgängligt har få klassrumsstudier gjorts för att beskriva undervisningspraktiker i tekniktäta klassrum. De studier som gjorts har företrädesvis varit sådana där lärarna undervisar elever i motsvarande gymnasie- eller högstadieålder då de har ingått antingen i en fortbildningsinsats eller i ett forskningsprojekt av interventionskaraktär rörande teknik och matematikundervisning (Joubert, 2012).

En svensk studie som utesluter lärarens betydelse då digitala verktyg används är Lanz-Andersson (2009). Hon har studerat situationer då högstadieelever som arbetet parvis med lösning av så kallade "word problems" ur en digital matematiklärobok, stött på svårigheter. Lanz-Andersson (2009) menar att elevernas fokus inte endast riktades mot det matematiska innehållet i problemet utan även mot frågeställningar gällande själva applikationen. Vidare dras slutsatsen att påstådda fördelar med teknikstödd matematikundervisning bör ifrågasättas och att elevers matematiklärande med digitala verktyg inte kan beskrivas som en linjär process utan att det istället rör sig om ett nytt sätt att lära vilket medför nya svårigheter och möjligheter. Lanz-Andersson har i sin studie avstått från att ta hänsyn till lärarens betydelse i elevers matematiklärande då digitala verktyg används trots att "this study shows that there is still just as much need of a supporting person in educational activities as there was earlier." (sid. 106).

Li och Ma (2010) visar i en metastudie att digitala verktyg har större positiv påverkan för yngre (F-12) elevers matematikprestationer (vilka mätts med standardiserade eller icke-standardiserade tester) jämfört med äldre elevers, men att lärarens matematikundervisningspraktik spelar avgörande roll för huruvida den positiva påverkan infinner sig eller ej. Li och Ma (2010) menar att en konstruktivistisk

undervisningsstil jämfört med en behaviouristisk ger större effekt då digitala verktyg används. Lou, Abrami, et al. (2001) som även de gjort en metastudie, visar att digitala verktyg har större effekt då elever arbetar tillsammans med ett digitalt verktyg jämfört med ensamarbete. Det tycks således finnas en stark koppling mellan på vilket sätt det digitala verktyget av läraren, sätts i spel i matematikundervisningen och elevernas matematiklärande eller med andra ord hur läraren orkestrerar undervisningen förefaller avgörande för i vilken mån det digitala verktyget tillsammans med elevers tankar och handlingar (instrumentell genes) kommer att bli till instrument för matematiklärande.

Orkestreringstyper

Utifrån idén om instrumentell orkestrering har Drijvers, Doorman, Boon, Reed och Gravemeijer (2010) studerat på vilka olika sätt denna tar sig uttryck, framför allt i helklassundervisning då lärare i sin undervisningspraktik använder projicerande bilder av en matematikapplikation. De identifierar sex olika typer av instrumentell orkestrering i helklassundervisning och en som rör undervisningssituationer då elever arbetar parvis alternativt enskilt. De olika orkestreringstyperna presenteras nedan. Det bör påpekas att samma lärare ofta använder flera olika orkestreringstyper under ett och samma undervisningstillfälle.

- *Technical-demo*-orkestrering innebär att läraren demonstrerar olika tekniska aspekter av det digitala verktyget. Detta kan ske antingen genom att läraren visar hur verktyget används i en ny uppgift eller genom att visa hur en elev använt verktyget för att lösa en viss uppgift. För att denna orkestrering ska bli möjlig krävs att det finns tillgång till projektor i klassrummet.
- *Link-the-screen-board*-orkestrering innebär att läraren lägger vikt vid koppla samman matematiska objekt medierade med hjälp av digitala verktyg med hur samma matematiska objekt medieras med hjälp av papper och penna. Jag menar att denna typ av orkestrering bör utvidgas till att gälla även kopplingar mellan digitalt medierade matematiska objekt och samma matematiska objekt medierat exempelvis med hjälp av konkret material eller genom språket. Det skulle då på ett mer generellt plan röra sig om en typ av orkestrering som sätter ljuset på relationen mellan digitalt medierade matematiska objekt och samma matematiska objekt medierat på andra sätt.
- *Discuss-the-screen*-orkestrering tar sin utgångspunkt i klassens kollektiva processer och rör således elevers gemensamma meningsskapande. Orkestreringen innebär att eleverna bjuds in att diskutera ett problem, olika lösningsstrategier med utgångspunkt i elevernas egna lösningsförslag eller liknande.
- *Explain-the-screen*-orkestrering innebär att läraren förklarar ett matematiskt innehåll med hjälp av det som projiceras på tavlan. Denna orkestreringstyp påminner starkt om *technical-*

demo-orkestrering med den skillnaden att fokus ligger på det matematiska objektet och inte på tekniska aspekter av den valda applikationen.

- *Spot-and-show*-orkestrering lägger ett särskilt fokus på att läraren i förväg identifierat intressanta elevlösningar som projiceras på tavlan för att diskuteras gemensamt i klassrummet. I denna typ av orkestrering är det elevernas matematiska resonemang det vill säga deras resonemangsförmåga som är av intresse.
- *Sherpa-at-work*-orkestrering innebär att en elev, en så kallad Sherpa-elev (Trouche, 2004), använder digitala verktyg för att presentera sitt lösningsförslag eller för att utföra något med hjälp av det digitala verktyget så att det kan ligga till grund för en gemensam klassrumsdiskussion.

Den sjunde orkestreringstypen, som presenteras nedan, gäller situationer då elever arbetar med digitala verktyg enskilt eller parvis.

- *Work-and-Walk-by* orkestrering innebär att eleverna individuellt eller i par arbetar använder digitala verktyg för att arbeta med olika uppgifter. Läraren går omkring i klassrummet och övervakar elevernas arbete och stöttar dem om de är i behov av det. Interaktion sker mellan elev(er), lärare och det digitala verktyget.

Drijvers et al. (2010) menar orkestreringstyperna skiljer sig åt då det gäller fördelningen av ansvar mellan elever och lärare för att föra orkestreringen framåt. *Discuss-the-screen*, *sherpa-at-work* och *spot-and-show* är elevaktiva orkestreringstyper medan *link-the-screen*, *explain-the-screen* och *technical-demo* är lärarcentrerade orkestreringstyper. Orkestreringstyperna skiljer sig åt även vad gäller på vilket sätt det digitala verktyget sätts i spel i undervisningssituationen. Några av orkestreringstyperna är teknifierade varianter av traditionella undervisningsmetoder medan andra är mer specifikt beroende av de digitala verktygens erbjudanden. Det betyder således att ett och samma verktyg kan fungera ersättande, förstärkande eller transformerande (Hughes et al., 2006) beroende på hur det sätts i användning i lärares undervisningspraktik.

Trots att lärarna i studien av Drijvers et al. (2010) som beskrivs ovan använt liknande digitala verktyg, samma applikation och fått samma förslag på orkestrering via en lärarhandledning orkestrerades undervisningen på flera olika sätt. De faktorer som lyfts fram som betydelsefulla för hur orkestreringen kom att ta sig är dels av praktisk karaktär och rör då tidsaspekter och klassrumsdesign, men gäller framför allt "their [lärarnas] views on mathematics education and the opportunities technology offers can be seen as their theoretical discourse that justifies their orchestrational choices and guides their operational invariants." (sid. 224). Drijvers et al. (2010) menar alltså att lärarnas

uppfattning om matematikundervisning tillsammans med de möjligheter digitala verktyg erbjuder utgör den teoretiska diskurs vilken ligger till grund för hur lärare orkestrerar sin undervisning. Tyvärr går det inte att ur studien tydligt urskilja huruvida författarna menar att lärarnas uppfattning om matematikundervisning och de "faktiska" möjligheterna som de digitala verktygen erbjuder som avses eller om de avser lärarnas *uppfattning* om vad de digitala verktygen erbjuder. Här ligger en ontologisk skillnad eftersom det senare påståendet utgår ifrån att olika verktyg medierar verkligheten på skilda sätt beroende på vilka övriga kulturella verktyg människor har tillgång till (Vygotskyj, 2001). Det innebär i detta fall att det digitala verktyget medierar olika möjligheter för olika lärare, vilket i sin tur ger att lärares förgivettagna antaganden om digitala verktygs erbjudanden också kan vara en faktor som spelar roll i lärarens orkestrering. Lärares medvetna och/eller omedvetna antaganden gällande elevers matematiklärande och deras egen undervisningspraktik har betydelse för hur deras undervisningspraktik då digitala verktyg används kommer att se ut, vilket visas i studier då olika lärare med tillgång till så väl samma mjuk- som hårdvara visat sig använda denna på olika sätt, vilket i sin tur ger olika förutsättningar för elevernas lärande (Drijvers et al., 2010; Cornell, 1998; Hillman & Säljö, 2014). Det betyder att en helt igenom teknikdeterministisk hållning ter sig orimlig, d v s tron på att införandet av digitala verktyg i (matematik)undervisning ger en förändrad undervisningspraktik, samtidigt som det förefaller orimligt att hävda att digitala verktyg inte påverkar lärares undervisningspraktik (Hillman & Säljö, 2014). Det är således av intresse att studera på vilket sätt lärares antaganden om matematikundervisning samspelar med deras antaganden om vad digitala verktyg erbjuder då matematikundervisning orkestreras.

Matematikundervisning i det tekniktäta årskurs 1-6-klassrummet

I detta stycke kommer jag att beskriva på vilket sätt forskare som studerat matematiklärare som undervisar i årskurs 1-6 har använt de tre perspektiven a) ersättning, förstärkning och transformering, b) TPACK-modellen c) instrumentell orkestrering. Det finns mycket få studier som rör lärare som undervisar i matematik med digitala verktyg i årskurs 1-6. De flesta studierna om matematikundervisning med digitala verktyg, vilket tidigare nämnts, avser undervisning på motsvarande årskurs 7-9 eller gymnasiet.

I en studie av Polly (2014) undersöks hur årskurs 1-6-lärare använder digitala verktyg i sin matematikundervisning efter det att de deltagit i en fortbildningsinsats gällande digitala verktyg ur ett generiskt perspektiv och en fortbildningsinsats gällande fördjupande kunskaper om elevaktiva undervisningsmetoder i matematikundervisning. Studien utgår både från klassrumsgemensamma aktiviteter där interaktiv skrivtavla används och från enskilda elevers matematikaktiviteter med datorplatta. Den belyser även hur lärarna diskuterar och motiverar sina val då de använder digitala

verktyg i sin matematikundervisning. Studien utgår inte från idén om instrumentell orkestrering men trots det kan delar av resultatet som rör helklassundervisning beskrivas med hjälp av Drijvers et al. (2010) olika orkestreringstyper och då framgår att det framför allt är *discuss-the-screen* och *shepa-at-work* som gör sig påmind. Polly (2014) har klassificerat de matematikaktiviteter som de digitala verktygen medierar med avseende på hur kognitivt utmanande de är, eftersom Kunter, Baumert och Blum (2013) forskning visat att kognitivt aktiverande aktiviteter gynnar matematiklärande. Det är då den interaktiva skrivtavlan används i helklassundervisning som de mest kognitivt utmanande matematikaktiviteterna gör sig gällande. Lärarna i studien (Polly, 2014) lyfter fram betydelsen av att elever interagerar då de utvecklar sin problemlösnings- och resonemangsförmåga och att de digitala verktygen stöttar denna interaktion som motiv att använda digitala verktyg i helklassundervisning. De interaktiva skrivtavlor fungerar som *förstärkning* (Hughes et al., 2006) eftersom de förstärker möjligheten att diskutera exempelvis olika elevlösningar. Enligt lärarna bidrar det till elevernas progression med avseende på problemlösnings- och resonemangsförmåga. Lärarna menar också att själva tekniken bidrar till att bibehålla elevers intresse, vilket speglas i följande läraruttalande hämtat från samma studie (Polly, 2014.) "My students in past years have loved using the [interactive whiteboard] and playing computer games. I think that the technology can keep them interested in topics that are more difficult and complex." (s. 286). Chronaki och Matos (2014) har studerat förändringar i 1-6-lärares gemensamma diskursiva identitetsskapande, ur ett samhälleligt perspektiv och ur ett lärandeperspektiv, då de deltagit i en intensiv fortbildningsinsats. Ur studien framgår hur samhälleliga diskurser om unga som digitala infödda, till skillnad från de som inte vuxit upp med digitala verktyg som en självklar del av sin vardag det vill säga de digitala immigranterna (Prensky, 2001) spelar roll i lärarnas identitetsskapande. Exempelvis motiverar lärarna i Chronaki och Matos (2014) studie digitala verktyg i matematikundervisningen med att de är en del av ungdomskulturen och att de kan fungera som resurs för att "nä" eleverna. Lärarnas (förgivettagna) antaganden utgörs av idén om att digitala verktyg i matematikundervisningen kan fungera som en slags primär artefakt (Wartofsky, 1979) i den mening att de fungerar medierande i relationen mellan lärare och elev genom att föra de båda parterna närmare varandra.

Då eleverna i Pollys (2014) studie på egen hand använde datorplattor bestod matematikaktiviteterna företrädesvis av färdighetsträning som klassificerats som mindre kognitivt utmanande. Lärarnas motiv bakom att låta eleverna använda datorplattor utgjordes framför allt av idén om att automatisering av matematikinnehåll effektiviseras med hjälp av dessa. Dessutom fungerade elevernas användande av datorplattan som ett slags belöningssystem, eftersom eleverna efter att de utfört uppgifter de anvisats att göra med hjälp av analoga verktyg, gavs tillgång till datorplattan,

vilket lärarna menade att eleverna tyckte var "roligare" än arbetet med analoga verktyg. Chronaki och Matos (2014) visar att lärare, i stället för att reflektera över det motsägelsefulla i att unga ofta beskrivs som drivande då det gäller så väl kulturell som teknisk utveckling, samtidigt som de framställs som passiva konsumenter av digitala varor och tjänster, ser elevernas entusiasm och intresse för digitala verktyg enbart som naturlig – ett förgivettaget antagande om relationen mellan elever och digitala verktyg som innebär att eleven företrädevis är konsument av det den digitala tekniken har att erbjuda. Flera av lärarna i Chronaki och Matos (2014) studie placerar sig som konsumenter i relationen mellan digitala verktyg och den egna matematikundervisningen, trots att de i någon mån ser detta som problematiskt. Det som hindrar dem från att fullt ut vara producenter av matematikundervisning med digitala verktyg förklaras med:

...lack of time and expertise, experiencing restrictions due to gender and parenthood, but also acknowledging a desire to taste 'new' tools – positioned themselves, sometimes, as consumers who reuse commercial digital tools [...] and other times, as hybrid producers who amend or expand micro-worlds (e.g., in dynamic geometry or logo-like environments).

(Chronaki & Matos, 2014 sid. 114)

I Pollys (2014) studie tycks lärarnas instrumentella orkestrering då eleverna använder datorplattor vara begränsad till att i förväg välja ut ett antal applikationer, som eleverna då de fick tillgång till datorplattorna, fritt kunde välja mellan. Lärarna blir även här konsumenter av digitala applikationer eftersom den instrumentella orkestreringen begränsats till val av applikation. Datorplattorna fungerar i lärarnas undervisningspraktik som *ersättning* (Hughes et al., 2006) eftersom undervisningspraktiken inte förändras vare sig med avseende på form eller innehåll. Polly (2014) kopplar samman lärarnas instrumentella orkestrering av elevernas aktiviteter med datorplatta med deras antaganden om vilka möjligheter digitala verktyg erbjuder.

In essence, Zoe saw the technology as a way to give students more practice with low level computation skills. In most lessons, Zoe's students chose which iPad activities they used, which meant many third-graders wanted to work on computation and skills-based games and activities. Zoe reported in her interviews that she believed that technology should engage students and that there is a need for students to practice their computational skills. Aligned with her beliefs, Zoe allowed technology to be used to support these ideas.

(Polly, 2014, sid. 288)

I Pollys studie, till skillnad från i Drijvers et al. (2010), artikuleras exempelvis i ovanstående citat betydelsen av lärarens (förgivettagna) antaganden kring digitala verktygs möjligheter och att dessa spelar roll för hur undervisningen i det tekniktäta matematikklassrummet orkestreras. Tyvärr gör Polly (2014) ingen djupare analys av *hur* och *vilka* aspekter av lärarens (förgivettagna) antaganden om digitala verktygs möjligheter påverkar lärarnas instrumentella orkestrering trots att detta lyfts fram

som en viktig faktor då det gäller framgångsrik implementering av digitala verktyg i matematikundervisningen.

Trigueros et al. (2014) har studerat F-6-lärares roll i matematikklassrummet då de projicerar olika resurser från samma digitala applikation på en interaktiv skrivtavla i helklassundervisning. Studien fokuserar lärarens roll i matematikklassrummet i relation till det digitala verktyget utifrån matematisk kommunikation, interaktion med elever, godkännande av matematisk kunskap, källa till matematiska problem och elevers möjligheter till autonomi. I studien ingick både lärare med fördjupat kunnande om matematikundervisning med digitala verktyg och de som inte hade tillgång till ett sådant kunnande. Utifrån Hughes et al. (2006) idé om att digitala verktyg i undervisningen kan fungera som ersättning, förstärkning och transformation analyserades undervisningssekvenser och studien visar lärarens roll i relation till det digitala verktyget skilde sig åt beroende på vilken tillgång till kunnande om matematikundervisning med digitala verktyg de hade. Då läraren hade fördjupade kunskaper om matematikundervisning med digitala verktyg fungerade de digitala verktygen transformerande i undervisningen. I dessa fall var både lärare, elever och det digitala verktyget del i den matematiska kommunikationen. Trigueros et al. (2014) menar att interaktiva applikationer extra väl stöttar matematisk kommunikation i klassrummet, men hävdar samtidigt att huruvida matematisk kommunikation kommer till stånd är avhängigt läraren eftersom "The teacher's behaviour can impose restrictions on what is possible to do with the program." (sid. 132). Godkännande av matematisk kunskap tycks enligt Trigueros et al. (2014) till stor del vara beroende av applikationens tekniska design, men de framhåller också att lärare utnyttjar designen olika i undervisningen och att detta har betydelse för i vilken utsträckning elever ges möjlighet att vara delaktiga i godkännande av matematisk kunskap. Huruvida eleverna ges denna möjlighet är beroende av lärarens agerande det vill säga hur den instrumentella orkestreringen ter sig. På samma sätt är lärarens instrumentella orkestrering avgörande då det gäller elevernas autonomi exempelvis genom att istället för att låta applikationen tala om att ett inmatat svar är korrekt, ge eleverna möjlighet att diskutera *varför* applikationen säger att svaret är korrekt. Trigueros et al. (2014) menar att implementering av digitala verktyg i matematikundervisningen utan att lärare samtidigt får utbildning i hur dessa kan användas för att bli till instrument för elevernas matematiklärande, leder till att digitala verktyg endast används ersättande eller förstärkande.

The analysis of the use of technology by teachers in this study shows a strong tendency for most of the teachers to limit the use of technology as a replacement and amplifier. Most of the teachers have not received training regarding the didactical use of Enciclomedia's [applikationen som använts] mathematical resources and have not experienced, even as spectators, how the programs can be integrated in lessons which provide a context that promotes learning.

(Trigueros et al., 2014, sid. 134)

För att sammanfatta genomgången av tidigare studier kan sägas att till skillnad mot äldre studier som i det närmaste betraktat digitala verktyg i matematikundervisningen som en ersättning av läraren (Joubert, 2010), ligger fokus numer såväl på lärarens kunnande som på de föreställningar lärare har om matematikundervisning med digitala verktyg eftersom dessa möjliggör och begränsar densamma.

Teoretiska utgångspunkter

För att kunna upptäcka och synliggöra lärares förgivettagna antaganden om såväl matematikundervisning som om vilka erbjudanden digitala verktyg ger matematikundervisningen har jag valt att utgå från diskursteori och diskursanalys. Jag valt att analysera materialet utifrån Gees (2005) diskursteori och metodologiskt använt hans Diskursmodeller som verktyg för diskursanalys. För att synliggöra på vilket sätt lärare antar att digitala verktyg har betydelse för den matematiska klassrumsdiskursen har Ryves (2011) modell gällande densamma använts. Eftersom min uppsats rör digitala verktyg, ett slags artefakter använder jag teoretiska antaganden som utgår från idén om att vårt gemensamma kunnande finns inbyggt i de redskap vi använder oss av, exempelvis redskap som matematik, digitala verktyg eller för den delen vårt språk (Säljö, 2000; 2005; 2015). Jag har valt att genom diskursanalys betrakta Trouches (2004) antaganden om instrumentell orkestrering eftersom dessa fokuserar på funktionella processinriktade aspekter vid användning av digitala verktyg i matematikundervisningen vilka sätts i spel i en diskursiv praktik. Trouches (2004) antaganden är tydligt teorilagda (Ruthven, 2014) och kan tillsammans med Drijvers et al. (2010) utveckling av praktikhäna begrepp användas tillsammans diskursanalys användas för att upptäcka och synliggöra lärares förgivettagna antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg.

Diskursteori och diskursanalys

Vårt språk den kanske mest betydelsefulla artefakten vi har att tillgå. För att studera funktionella aspekter av språket då det sätts i användning kan diskursanalys användas. Det är inte enkelt att förklara vad diskurs och diskursanalys är, eftersom begreppen i viss mån används olika beroende på inom vilket forskningsfält de förekommer, men också beroende på forskarens avsikt med studien. Gemensamt är dock att studiet av diskurser utgår från studiet av mänsklig kommunikation, där användandet av språket utgör huvuddelen av denna kommunikation. Språket ses inte som ett teckensystem som inom den strukturalistiska lingvistiktraditionen, utan som en social handling. Diskursanalys är alltså en studie av språk-i-användning där utgångspunkten är språkets funktionella

uppgifter i sociala sammanhang (se t ex Börjesson & Palmblad, 2007; Gee, 2005; Potter & Wetherell, 1987).

Diskursanalys tar sin utgångspunkt i ett konstruktionistiskt perspektiv vilket exempelvis synliggörs då Potter och Wetherell (1987) menar att språket inte enbart "reflect or mirror objects, events and categories pre-existing in the social and natural world. Rather they actively construct a version of those things. They do not just describe things: they do things." (s. 6). Det blir alltså möjligt att tala om språkhandlingar eftersom språket gör något eller utför saker.

Även Gee (2005) menar att språkets funktion inte är begränsat till informationskommunicerande, utan att det har en betydligt vidare uppgift eftersom språket dels stöttar utförandet av sociala handlingar och sociala identiteter, men också formar tillhörighet inom kulturer, sociala grupper och institutioner. Dessa språkets uppgifter är nära sammanflätade med varandra och eftersom kulturer, sociala grupper och institutioner formar sociala handlingar och identiteter samtidigt som kulturer, sociala grupper och institutioner produceras, reproduceras och omvandlas genom mänskliga handlingar och aktiviteter. Gee lyfter således fram språkets interreflexiva funktion.

Trots att begreppet diskurs inte entydigt låter sig förklaras (som nämnts ovan) menar jag att det i vardagliga ordalag kan sägas vara ett bestämt sätt att tala om, agera i och förstå världen. Diskurser begränsar vad som är möjligt att säga, göra och uttrycka i olika situationer och kan ses som en tvingande, bestämd talordning som möjliggör vissa sätt att tala om världen medan andra sätt görs omöjliga och utesluts (Foucault, 1993). Med utgångspunkt i ovanstående beskrivning kan diskursanalys förstås som försök att synliggöra det förgivettagna, det outtalade självklart sanna. Gee (2005) menar att språk-i-användning eller diskurser alltid är närvarande och alltid är relaterade till det som sociala grupper och institutioner uppfattar som en källa till makt, status eller värde av något slag. Diskurser och fördelning av makt i sociala sammanhang är alltså nära förbundet med vartannat.

Diskursteori och diskursanalys enligt d/D-modellen

Gee (2005) beskriver diskursanalys på två nivåer där begreppet diskurs skrivet med lilla d representerar språk-i-användning alltså språket, då det används "på plats" för att utföra handlingar och identiteter. Men eftersom handlingar och identiteter utförs i en social och kulturell kontext kan de inte enbart studeras "på plats" utan måste relateras till det Gee (2005) benämner Diskurser skrivet med stora D. Stora-D-diskurser är enligt Gee, "...always language plus "other stuff"." (2005, s.26) där "other stuff" utgörs av "...ways of acting, interacting, feeling, believing, valuing and using various sorts of objects, symbols, tools and technologies..."(2005, s.7). d/Diskursanalys är analys av språkets funktionella aspekter då det är sammansmält med andra element i sociala praktiker. Gee (2005) menar

att förhållandet mellan d/Diskurser är dialektiskt. Gee (2005) använder begreppet Diskursmodeller för att beskriva den mediering som sker mellan d- och D-diskurser. Morgan (2006) lyfter fram idén om individens deltagande i flera olika diskursiva praktiker och det dialektiska förhållandet mellan individen och det sociala. Det betyder att lärares förbigångna antaganden om digitala verktyg i matematikundervisningen påverkas av flera olika diskursiva praktiker, vilket framgår exempelvis då lärare menar att det är naturligt att elevers motivation att automatisera matematik ökar då digitala verktyg förs in i matematikundervisningen, eftersom den yngre generationen ses som bärare av den digitala utvecklingen (Chronaki & Matos, 2014).

Diskursbegreppet teoriläggs olika beroende på inom vilket forskningsfält det används, men kanske ännu mer avgörande för val av teoretiska utgångspunkter än forskningsfält är forskningsfrågorna och studiens syfte, vilket i sin tur även har metodologiska implikationer. Gee (2005) menar att teori och metodologi inte kan skiljas åt eftersom då teoretiska antaganden görs behövs en uppsättning verktyg (metodologi) för att genomföra studier med utgångspunkt i de teoretiska antagandena. Därför medför förändring av teoretiska antaganden alltid en förändrad metodologi.

Lilla d-diskurser eller språk-i-användning

Språkets funktion, som tidigare nämnts, är inte begränsad till informationskommunicerande utan har en betydligt vidare uppgift i det att språket dels stöttar utförandet av sociala aktiviteter och sociala identiteter, så väl formar språket tillhörighet inom kulturer, sociala grupper och institutioner. Det innebär att Diskursen matematikundervisning med digitala verktyg påverkar det lärare säger då de talar om och använder digitala verktyg i den egna undervisningspraktiken samtidigt som deras tal om och aktiviteter med digitala verktyg i matematikundervisningen påverkar Diskursen matematikundervisning med digitala verktyg.

Gee (2005) använder uttrycket språk-i-användning eller diskurser skrivet med lilla d för att beskriva hur språket då det används "på plats" som en handling för att utföra aktiviteter och identiteter. Han beskriver sju olika uppgifter inom vilka språk-i-användning fungerar som byggstenar då vi skapar och omskapar världar bestående av aktiviteter, identiteter och institutioner. Uppgifterna fungerar som ett slags byggstenar i detta skapande. De sju byggstenarna ger var och en upphov till en frågeställning som kan besvaras genom diskursanalys.

Signifikans

Den första uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språket för att framhäva somligt och för att tona ned somligt så som uttrycket "att göra en höna av en fjäder" antyder. Det rör sig alltså om att språket används för att tillskriva eller frånta något betydelse. Frågeställning:

- Hur används denna text (talad eller skriven) för att ge eller frånta somliga saker betydelse och på vilket sätt sker detta?

Aktiviteter

Den andra uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språket för att förklara i vilket typ av aktivitet vi deltar. Till exempel används ett slags språk då man anser sig ingå i ett formellt sammanhang och ett annat då ett vardagligt samtal förs. Det språk som används vid de olika aktiviteterna är en del av hur aktiviteten uttrycks. Frågeställning:

- I vilken aktivitet eller i vilka aktiviteter används språket på detta sätt som ett medel för att uttrycka aktiviteten?

Identiteter

Den tredje uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språket för att för att ta på oss och bli erkända i olika roller eller identiteter. För att detta erkännande ska ges krävs att identiteten uttrycks i rätt sammanhang och vid rätt tidpunkt. Frågeställning:

- Vilken eller vilka identiteter uttrycks genom denna språkanvändning?

Relationer

Den fjärde uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språk för att bygga sociala relationer. Samma person kan tilltalas eller omtalas på olika sätt beroende på vilka sociala relationer vi vill bygga. Frågeställning:

- Vilken slags relation eller relationer avser denna språkanvändning att uttrycka?

Politik eller fördelning av sociala varor

Den femte uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språket för att fördela sociala varor. Sociala varor kan till exempel vara skuld, lagligt ansvar, ärliga eller oärliga intentioner och så vidare. Jämför skillnaden i fördelningen av sociala varor i följande två meningar, ”Sverigedemokraterna fyllde sin hemsida med rasistisk propaganda.” och ”Sverigedemokraternas hemsida fylldes med rasistisk propaganda.”. I den första hålls Sverigedemokraterna ansvariga för propagandan, i den andra medger den passiva formen att partiet fråntas ansvar. På så sätt fördelar språket sociala varor. Frågeställning:

- Vilket perspektiv på sociala varor kommuniceras genom denna språkanvändning, det vill säga vad uttrycks som ”normalt”, ”rätt”, ”bra”, ”korrekt”, ”hög status, låg status” och så vidare?

Samband

Den sjätte uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språket för att binda samman eller sära på olika saker för att bygga samband, relevans alternativt irrelevans på olika sätt. Frågeställning:

- Hur möjliggör denna språkanvändning att samband skapas eller bryts för att få något att framstå som relevant och annat som irrelevant?

Teckensystem och kunskap

Den sjunde och sista uppgiften enligt Gee (2005) är att vi använder språket för att göra vissa teckensystem och vissa former av kunskap och övertygelser betydelsefulla (eller ej) i vissa sammanhang. I teckensystem ingår det språk som används till exempel i ett matematikklassrum, men också de kommunikativa system som inte är språk som symboler, grafer, händelser och så vidare. Frågeställning:

- På vilket sätt gör denna språkanvändning vissa teckensystem eller kunskapsanspråk betydelsefulla (eller fråntar dem betydelse)?

Diskursmodeller

Gee (2005) använder begreppet *Diskursmodeller*. Diskursmodeller är förenklade medvetna eller omedvetna förgivettagna antaganden om hur världen fungerar, som vi använder för att effektivt fungera i våra vardagsliv. Diskursmodeller skapas och blir normativa genom de erfarenheter vi gör då vi deltar i olika sociala grupper. Erfarenheterna kan göras såväl i ”verkliga livet” som genom olika typer av media. Dessa erfarenheter genomgår dock bearbetning och modifiering för att fånga det vi ser som väsentligt i sammanhanget. Ur dessa modifierade erfarenheter formas vad vi betecknar som ”normalt” eller ”typiskt” för till exempel användning av digitala verktyg i matematikundervisningen. Det kan till exempel innebära att lärare tar för givet att digitala verktyg i matematikundervisningen är ett redskap för färdighetsträning.

Vidare påpekar Gee (2005) att Diskursmodeller är kopplade till en slags inre simulering som startar då vi gör oss en bild av en företeelse, till exempel vad det innebär att undervisa i matematik med hjälp av digitala verktyg. Dessa simuleringar är på intet sätt neutrala utan lägger ett perspektiv på företeelsen och placerar somliga aspekter av den i förgrunden och andra i bakgrunden. Eftersom våra erfarenheter delas av andra som deltar i samma kulturella och sociala grupper som vi själva blir det möjligt att forma simuleringar som helt eller delvis överlappas av andra personers simuleringar så kallade *prototypsimuleringar*. Dessa prototypsimuleringar stöttar Diskursmodeller och delas med andra.

Diskursmodeller används för att skapa situerad mening och bland annat eftersom vi kan delta i olika diskurser där samma Diskursmodeller sätts i spel menar Gee (2005) att en distinktion mellan hur Diskursmodeller sätts i användning och hur de påverkar oss, är nödvändig eftersom en och samma diskursmodell kan fylla olika funktioner beroende på vilken betydelse de får i en viss situation. Exempelvis kan lärare ansluta sig till idén om att digitala verktyg i matematikundervisningen ökar elevernas motivation sätta idén i användning genom att föra in digitala verktyg i undervisningen av denna anledning. Det skulle kunna visa sig att eleverna inte får ett ökat intresse för matematik och att lärarna följaktligen avstår från vidare användning av digitala verktyg i sin matematikundervisning. Lärarna värderar då, utifrån diskursmodellen om att digitala verktyg ökar elevers motivation, digitala verktyg i matematikundervisningen i relation till huruvida de ökar elevernas motivation eller inte.

Med hänsyn tagen till denna distinktion mellan hur Diskursmodeller sätts i användning och hur de påverkar oss urskiljer Gee (2005) följande funktioner som Diskursmodeller kan ha:

- *Anslutande modeller*: modeller som vi medvetet ansluter oss till. Det kan röra sig om sätt som är ”lämpliga” att handla på och ”lämpliga” sätt att delta i olika verksamheter. Lärare som menar att digitala verktyg i matematikundervisningen bidrar till elevers lärande har anslutit sig till en diskursmodell som delas av andra och som innebär att digitala verktyg i matematikundervisningen ses som en tillgång.
- *Värderande modeller*: modeller som vi använder medvetet eller omedvetet för att värdera och bedöma oss själva eller andra. Till exempel kan lärare som anslutit sig till diskursmodellen som innebär att digitala verktyg i matematikundervisningen ses som en tillgång värdera kollegor utifrån i vilken mån de instämmer i modellen men även utifrån i vilken grad de omsätter den i praktiken. Detta gäller även värdering av den egna undervisningspraktiken i relation till diskursmodellen.
- *Modeller-i-användning*: modeller som vi medvetet eller omedvetet använder för beslutsfattande då vi agerar i och interagerar med omvärlden. Då lärare i sin undervisningspraktik omsätter den diskursmodell de anslutit sig till kan den även ses som en modell-i-användning.

Gee (2005) lyfter också fram att det kan uppstå konflikter mellan dessa olika modeller. Sådana konflikter skulle kunna förklara varför lärare trots att de menar att digitala verktyg i matematikundervisningen bidrar till elevernas lärande inte omsätter detta i sin undervisningspraktik. Ett exempel på en sådan konflikt kan utgöras av lärare som uttrycker att digitala verktyg i matematikundervisningen kan bidra till att elever utvecklar goda matematikkunskaper, men att

läraren inte har tillräckligt med fortbildningstid för att lära sig vad som krävs för vad de menar vore ett lämpligt sätt att använda digitala verktyg på i den egna undervisningspraktiken. Det finns i ovanstående fall en konflikt mellan den anslutande diskursmodellen (digitala verktyg i matematikundervisningen utvecklar elevernas kunskaper) och då diskursmodellen sätts i användning (det tar för lång tid att utveckla en undervisningspraktik där digitala verktyg används).

Kritik mot diskursanalys

Diskursanalys utgår från idén om språket som konstituerande (Gee, 2005), det vill säga att språket utför något och därmed konstituerar det vår tillvaro. Hacking (2000) menar dock att det är naivt att hävda att det endast är språket som möjliggör och begränsar vår verklighet utan att verklighetskonstruktionen även begränsas av "det som finns där ute" bortom mänsklig kontroll. Alvesson och Sköldberg (2008) medger det problematiska i att uppfatta "...språkliga utsagor som entydiga avspeglningar av en yttre eller inre verklighet." (2008, sid. 467), men hävdar samtidigt att det vid diskursanalys finns risk för trivialisering och att viktiga frågeställningar faller i skymundan om ett allt för ensidigt fokus på språklig användning används som utgångspunkt i samhällsvetenskaplig forskning. Börjesson och Palmblad (2007) framhåller dock att det sedan den så kallade 'språkliga vändningen` inte går att anta en neutral eller objektiv position i betraktandet av världen, utan att diskurser alltid är närvarande och att de avgränsar och utesluter men också fungerar som ett "raster med vars hjälp vi kan urskilja vad som är sant, rimligt och möjligt [...]. Så snart man säger något så har en av flera tänkbara versioner använts.." (sid. 10).

En matematisk klassrumsdiskurs

Ryve (2011), som gjort en värdering av 108 vetenskapliga artiklar kopplade till diskursanalys inom matematikdidaktik, framhåller behovet av ett tydligare och mer precist användande av teoretiska termer inom matematikdidaktisk forskning. Särskilt eftersom matematikdidaktisk forskning ofta lånar teoretiska begrepp från andra forskningsfält (se ovan). Enligt Ryve (2011) används diskursanalys inom matematikdidaktik för att; a) studera matematisk klassrumskommunikation (se t ex Yackel och Cobbs (1996) sociomatematiska normer eller Brousseaus (1997) teori om det didaktiska kontraktet); b) analysera fenomen som är av betydelse inom matematikdidaktik som exempelvis kön, agens, identitet, positionering (se t ex Skoog, 2014; Boistrup Björklund, 2010); c) beskriva matematiska objekt som diskursiva.

Yackel och Cobb (1997) skiljer mellan klassrummets sociala normer som är generella och gäller oavsett vilket ämne som undervisningen rör och de sociomatematiska normerna som förhandlas fram i interaktionen mellan lärare, elever och det matematiska innehållet. De sociomatematiska normerna

är begränsade till att endast gälla matematikklassrummet och sätts inte, vare sig på ett individuellt eller socialt plan i relation till omvärlden. De sociomatematiska normerna utgörs av den mikrokultur som råder och formas av deltagarna i olika matematikklassrum med avseende exempelvis på vad som accepteras som godtagbara sätt att föra matematiska resonemang eller vad som räknas som en lösning, hur denna ska framställas, vem som har möjlighet att ifrågasätta matematiska resonemang eller godkänna en lösning och så vidare. Skovsmose (2003) beskriver två ”undervisningslandskap” där relationerna mellan elever, lärare och matematiskt innehåll ter sig olika, vilket i sin tur borde medföra att de normer som styr relationerna mellan elever, lärare och matematiskt innehåll kommer att formas utifrån olika förutsättningar. I undersökningslandskapet initierar läraren en matematisk frågeställning eller ett påstående och diskuterar tillsammans med eleverna därefter vad som skall undersökas och hur denna undersökning ska ske. Eleverna tillsammans med läraren står för godkännande av matematisk kunskap och är källa till matematiska problem, detta för att stärka elevers möjligheter till autonomi i relation till matematik. I uppgiftslandskapet, däremot, kan relationerna mellan elever, lärare och matematiskt innehåll beskrivas som att det är läraren alternativt matematikboken som är källa till matematiska problem och som godkänner matematiskt kunnande, vilket begränsar elevernas möjlighet till autonomi.

Då diskursbegreppet används för att analysera relationen mellan exempelvis symboler, bilder samt matematiska ord och matematiska objekt, menar Ryve (2011) att det är matematiska diskurser som gör sig gällande. Den matematiska diskursen är inte konsistent då den ovan nämnda relation exempelvis av Sfard (2008) ses som en helhet som utgör det matematiska objektet, vilket kan varseblivas på samma sätt som vilket fysiskt objekt som helst genom reifikation. Reifikation innebär att matematiska objekt ”förtingligas” och kan då enligt Sfard (1991) betraktas med ”our mind’s eyes.” (sid. 3). Duval (2006) däremot, menar att det matematiska objektet inte kan varseblivas utan endast representeras med hjälp av exempelvis symboler, bilder, föremål eller matematiska ord. God matematisk förståelse kan karaktäriseras av tillgång till flera olika matematiska representationer av samma matematiska objekt och förmåga att omvandla mellan dessa representationer (Duval, 2006; Lesh, 1981). Forskarsamhället har länge betonat att digitala verktyg möjliggör simultan visualisering och manipulering av ett matematiskt objekt i flera representationsformer med hjälp av så kallade dynamiska representationer och att digitala applikationer som erbjuder dynamiska representationer stöttar elevers lärande om matematiska objekt (Chronaki & Matos, 2014; Joubert, 2012).

En matematisk klassrumsdiskurs grundläggs, enligt Ryve (2011), både av matematiska diskurser och av allmäntdidaktiska diskurser. Till de matematiska diskurserna räknar Ryve (2011) sådant som rör:

- Matematiska teckensystem, ord visuell mediering och epistemologiska aspekter av matematik som en diskurs
- Innehållsliga områden som exempelvis talteori, primtal, mätning
- Olika sätt att arbeta matematiskt, matematikers ”tankevanor”, exempelvis proportionellt resonerande, generalisering, bevisföring
- Matematiska kompetenser (förmågor)
- Idéer om lärande och kunnande i matematik exempelvis sociomatematiska normer

De allmändidaktiska diskurserna rör enligt Ryve (2011) exempelvis:

- Identitet, kön, etnicitet
- Klassrums”management”
- Positionering, agens

Artefakter

Säljö (2000; 2005; 2015) lyfter fram att människan alltid har använt olika slag av redskap, det vill säga artefakter i vilka hon har byggt in sina kunskaper. Artefakter kan enligt Säljö (2000; 2005; 2015) ta oss bortom de gränser som våra biologiska förutsättningar sätter och medverka till att vårt sätt att leva förändras. Räknestickan är ett exempel på en artefakt som förbättrade människors möjligheter att utföra till komplicerade beräkningar. De digitala verktygen ökar människans mentala kapacitet i oändlig omfattning. Avancerad matematik kan hanteras med hjälp av artefakter som räknesticka eller papper och penna, men det tar betydligt längre tid än om beräkningar utförs med hjälp av en dator. Våra artefakter är i en mening döda ting men de är samtidigt resurser att tänka med (Säljö, 2005). Kognitiva resurser finns alltså inte endast i människors tänkande utan de finns även inbyggda i artefakterna. Artefakter kan användas på olika sätt beroende på användarens kunnande och avsikter. Datorn kan till exempel vara ett redskap för att skriva och spara texter, utföra statistiska beräkningar, söka information eller växla mellan matematiska representationer. När vi använder artefakter påverkas vårt tänkande, men artefakterna präglas i lika stor omfattning av vårt tänkande. Det finns skillnader mellan de ”gamla” analoga artefakterna och de ”nya” digitala artefakterna så till vida att de analoga karakteriseras av att vara specifika (en penna används företrädesvis för att skriva med, en linjal för att mäta med), stabila (deras transformation sker långsamt) och deras inre funktionalitet är transparent (det finns inget dolt i hur en penna fungerar) till skillnad från de digitala (Koehler, Mishra & Cain, 2013).

Wartofsky (1979) beskriver artefakter av *primär*, *sekundär* och *tertiär* karaktär. Det finns dock olika sätt att tala om artefakter av olika slag. Säljö (2005) benämner de sekundära artefakterna som externa minnesfunktioner. Wertsch (1998) använder ett samlingsbegrepp, *mediational means* (som kanske kan översättas till svenska med medierande resurser), för alla resurser som människan använder sig av. Enligt Wartofsky (1979) är de *primära* artefakterna oftast av fysisk karaktär som spade, kläder och cykel. De primära artefakterna kan ses som ett sätt att utvidga vår kropp för att underlätta våra handlingar eller sysslor.

De *sekundära* artefakterna utgörs av exempelvis minneslappar, scheman, böcker eller räkneapparater. Dessa fungerar som externa minnesfunktioner och hjälper oss att utvidga vad vi kan hålla i minnet. Inom matematik fungerar exempelvis miniräknare, kalkylprogram men också avancerade statistikbehandlingsprogram som sekundära artefakter då vi slipper hålla olika avancerade algoritmer, beräkningar och mängder av data i huvudet. Dessa finns i stället inbyggda i de sekundära artefakterna.

De *tertiära* artefakterna som kan sägas utgöras av tankeverktyg. Hit hör till exempel vårt talsystem, olika teorier och skrift- och språkregler. Dessa artefakter är ett slags kulturella produkter som människan konstruerat genom historien för att kunna förstå, analysera och handla i världen. Matematik är ett sådant tankesystem som vi använder exempelvis för att göra ekonomiska eller meteorologiska prognoser, men också för att ta reda på vilken storlek på tröja vi ska beställa eller hur mycket pengar vi har kvar då räkningarna betalats.

Artefakter i matematikundervisningen

För att människan ska kunna utföra något med hjälp av en artefakt krävs en sammansmältning av artefakten och människans tankar och handlingar och på så sätt tillkommer ett instrument för att utföra något specifikt, exempelvis behandling av matematiska objekt eller matematiklärande (Drijvers, Godino, Font & Trouche, 2012; Trouche, 2004). Artefakter, som tidigare nämnts, kan vara av såväl primär, sekundär som tertiär karaktär (Wartofsky, 1979). För att kunna använda tankeverktyget matematik (tertiär artefakt) för att utföra något specifikt, exempelvis beräkna arean av en given figur, måste elevens tankar och handlingar smälta samman med matematiken så att areans storlek kan anges. Då ett digitalt verktyg används i beräkningen, kanske en miniräknare (sekundär artefakt), måste elevens handlingar och tankar också smälta samman även med den artefakten för att räkneoperationen ska kunna utföras. I matematikundervisning med digitala verktyg består alltså instrumentet av de artefakter som sätts i spel, det vill säga både matematiken och det digitala verktyget samt elevens tankar och handlingar (Ruthven, 2014).

En och samma artefakt kan bli till instrument för att utföra olika saker. Instrumentet ”finns” så att säga inte i artefakten utan kommer till just i samspelet med människans tankar och handlingar. En pensel, till exempel, kan bli till ett instrument för att måla en vägg vit men den kan också användas för att som DaVinci, måla taket i det Sixtinska kapellet. Det är tydligt att den process som leder till de olika instrumenten i det här fallet är olika krävande, men består i båda fallen av en interaktion mellan människa och artefakt. En konsekvens av att en och samma artefakt kan bli till instrument för att utföra olika saker beroende på elevens tankar och handlingar blir att det ter sig orimligt att hävda att bara för att en elev interagerar med en viss artefakt exempelvis en applikation för färdighetsträning i matematik kommer eleven att ta till sig det matematiska innehållet. Vad instrumentet kommer att utföra är beroende av vad eleven riktar sina tankar och handlingar. Lärarens instrumentella orkestrering stöttar eleverna så att deras tankar och handlingar riktas mot det tänkta lärandemålet så att instrumentet på så sätt får till uppgift att utföra det specifika matematiklärandet.

Den process som sker då tankar och handlingar smälter samman med en artefakt och blir till ett instrument kallas *instrumentell genes* (Drijvers et al., 2012; Trouche, 2004). Instrumentell genes består av två komponenter, *instrumentation* och *instrumentalisation*. Instrumentation utgörs av den påverkan som artefakten har på användaren, medan *instrumentalisation* omvänt handlar om den påverkan användaren har på artefakten. Detta betyder att samma artefakt fungerar som instrument på olika sätt för olika användare. I klassrummet sker instrumentell genes dels genom elevers aktiviteter med artefakter och dels genom lärarens planerade undervisning (Ruthven, 2014). Lärarens planerade undervisning, *instrumentell orkestrering*, utgörs av “the teacher’s intentional and systematic organisation and use of the various artefacts available in a learning environment in a given mathematical task situation, in order to guide students’ instrumental genesis.” (Drijvers et al., 2012, sid. 27). Instrumentell genes rör således elevens aktiviteter vid matematiklärande med digitala verktyg medan instrumentell orkestrering rör lärarens planerade undervisning för att stötta elevernas matematiklärande med digitala verktyg. De olika aspekterna av lärarens planerade undervisning didaktisk plan (*didactical configuration*), plan för genomförande (*exploitation mode*) och didaktiskt utförande (*didactical performance*) som fokuseras i instrumentell orkestrering har redogjorts för tidigare i samband med att de tre olika perspektiven som oftast används inom matematikdidaktisk forskning om digitala verktyg i undervisningen presenterades.

Jag utgår från Trouches (2004) idé om instrumentell orkestrering i min analys eftersom den synliggör lärarens aktiviteter (tankar och handlingar) för att det digitala verktyget tillsammans med elevernas tankar och handlingar ska bli till ett instrument för matematiklärande, eller med andra ord den riktar

ljuset mot hur läraren sätter digitala verktyg i spel i elevers matematiklärande med utgångspunkt i den egna undervisningskontexten.

Sammanfattning

För att studera lärares förgivettagna antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg används teoretiska antaganden som utgår från idén om språket som konstituerande och diskursteori och analys används (se t ex Börjesson & Palmblad, 2007; Gee, 2005; Potter & Wetherell, 1987). Gees (2005) modell som gör gällande att diskurser förekommer både då språket används på plats, vilket Gee (2005) benämner lilla d-diskurser och samtidigt tillsammans med "other stuff" (Gee, 2005, s. 26) det vill säga "...ways of acting, interacting, feeling, believing, valuing and using various sorts of objects, symbols, tools and technologies...(Gee, 2005, s.7), vilket Gee benämner som stora D-diskurser. Mediering mellan lilla och stora d/D-diskurser sker med hjälp av så kallade Diskursmodeller ett slags prototypsimuleringar eller förgivettagna antaganden som delas av flera.

Ryves (2011) definition av den matematiska klassrumsdiskursen används för att analysera vad lärarna tar förgivet då det gäller vad de digitala verktygen tillsammans med elevers tankar och handlingar är tänkta att utföra i matematikklassrummet.

Artefakter kan vara såväl fysiska (som exempelvis digitala verktyg) som tankemässiga redskap (som exempelvis matematik). Världen medieras olika beroende på vilka artefakter vi har tillgång till. Beroende på vilka tankemässiga redskap lärare har tillgång till sätts digitala verktyg i matematikundervisningen i spel på olika sätt. Genom att använda Trouches (2004) teori om instrumentell orkestrering kan lärares iscensättande av undervisningssituationer med digitala verktyg studeras. Trouche (2004) menar att då en artefakt tillsammans med mänskliga tankar och handlingar utför något specifikt har ett instrument tillkommit. Instrument tillkommer genom att individen påverkar artefakten samtidigt som artefakten påverkar individen. Denna process benämner Trouche (2004) instrumentell genes. Lärares medvetna undervisning för att stötta denna process utgörs av den så kallade instrumentella orkestreringen.

Jag har i min uppsats har för avsikt att belysa på vilket sätt lärares förgivettagna antaganden påverkar orkestreringen av elevernas instrumentella genes i samband med deras matematiklärande.

Metod och genomförande

Föreliggande studie är kvalitativ, vilket innebär att ”tonvikten oftare ligger på ord än på kvantifiering vid insamling och analys av data” (Bryman, 2011, sid. 249). Det empiriska materialet omfattar fokusgruppssamtal med 6 lärargrupper om 6 lärare i vardera gruppen. Enligt Börjesson och Palmblad (2007) betraktas det som vanligtvis benämns som empirisk data, inom diskursanalys inte som data utan som insamlat material, eftersom det inom diskursanalys antas att språket inte ska ses som ett reflekterande av ”världen där ute” utan som handling. ”Språket ”gör” något med världen; det frammanar eller konstituerar vår verklighet.” (Börjesson & Palmblad, 2007, sid.10), vilket diskuterats i uppsatsens teoridel.

Fokusgruppsamtal

Börjesson och Palmblad (2007) menar att gruppintervjuer fungerar väl som empiriskt material då avsikten är att fånga diskurser och synliggöra vad de infattar och utesluter eftersom det i en grupp alltid finns en begränsad uppsättning giltiga berättelser som framträder då flera personer interagerar i samtal. Fokusgrupper gör det möjligt att undersöka hur individer med erfarenhet av samma fenomen gemensamt skapar mening kring detta (Bryman, 2011). I detta fall kring matematikundervisning med digitala verktyg. Eftersom fokusgruppsintervjuer, till skillnad från gruppintervjuer, syftar till fördjupade samtal om ett visst tema som informanterna har erfarenhet av, i detta fall digitala verktyg i matematikundervisningen, är det enligt Bryman (2011) möjligt att låta intervjuerna utgå från ett fåtal breda frågeställningar, vilket gjorts i detta arbete. Under en fokusgruppsintervju fungerar intervjuaren snarast som moderator i samtalet varför exempelvis Patton (2002) använder uttrycket moderator i stället för intervjuare i samband med fokusgruppsintervjuer. Moderators uppgift är framför allt att se till att samtalet håller fokus och att fördela ordet mellan deltagarna så alla kommer till tals. Vidare menar Patton (2002) att eftersom deltagarna får höra varandras kommentarer kan de utveckla sina egna kommentarer i relation till vad de övriga deltagarna säger. Det har ingen betydelse för värdet av det empiriska materialet huruvida deltagarna kommer att instämma i varandras kommentarer så att konsensus uppstår eller om konflikterande synpunkter blottläggs. I stället är målet ” [...] to get high-quality data in a social context where people can consider their own views in the context of the views of others.” (Patton, 2002, sid. 386). I föreliggande studie har jag gjort en avvägning mellan möjligheten att använda inspelade samtal mellan ett större antal årskurs-4-lärare som undervisar i matematik mot att själv ha möjlighet att fungera som moderator i fokusgruppsintervjuer. Eftersom det av praktiska skäl inte var möjligt att gruppvis samla alla 36 lärare och genomföra en fokusgruppsintervju åt gången vore alternativet om denna variant valts att få möjlighet att intervju

en alternativt två lärargrupper. Eftersom jag valt att undersöka Diskursmodeller som bygger på prototypsimuleringar, det vill säga, förgivettagna antaganden som delas av flera (Gee, 2005) prioriterade jag att få tillgång till fler samtal än vad som av praktiska skäl vore möjligt om jag istället valt att fungera som moderator vid ett fåtal samtal. Möjligheten att fungera som moderator skulle ha inneburit att jag i viss mån kunnat styra samtalen så fokus tydligare hållits för att undvika brus. Med tanke på att deltagarna var medvetna om min bakgrund (se s. 38) och mitt tidigare arbete med digitala verktyg i matematikundervisningen gjorde jag bedömningen att min närvaro i samtalen genom rollen som moderator skulle kunna påverka deltagarna. Min metod för insamling av empiriskt material har likheter med fokusgruppsintervjun (Bryman, 2011; Patton, 2002) så till vida att samtalsgruppen består av deltagare med liknande erfarenhet (matematikundervisning på mellanstadiet med varierande grad av inslag av digitala verktyg) men också eftersom samtalet utgår från ett antal breda frågeställningar som deltagarna kan förväntas ha erfarenhet av. Skillnaden består i att samtalen förlopit företrädesvis utan moderator. Jag har därför valt att kalla insamlingsmetoden för fokusgruppsamtal i stället för fokusgruppintervju.

Genomförande

För att kunna besvara forskningsfrågorna samlades data i form av inspelade fokusgruppsamtal in i samband med fortbildning av en större kommunal huvudmans samtliga årskurs-4-lärare med undervisning i matematik. Dessa lärare var till antalet 36. Anledningen till att det var årskurs-4-lärare som valdes var att det skulle göra det möjligt att följa elevers och lärares utveckling under tre år och då lärarnas elever i årskurs 6 genomförde de nationella proven i matematik skulle deras resultat kunna jämföras med de från en referenskommun. Kommunen som studien gjorts i är belägen i södra Sverige. Skolledningen inom kommunen har ett aktivt förhållningssätt gällande implementering av digitala verktyg i skolan, vilket bland annat inneburit att flertalet av skolorna fått utökad tillgång till datorplattor eller bärbara datorer och tillgång till trådlöst nätverk fanns på samtliga skolor. Fortbildningsinsatsen var tänkt att utgöra en del av ett forskningsprojekt kring bedömning och digitala verktyg i matematikundervisningen. Trots att beslut om forskningsanslag för projektet ännu ej medgivits valde kommunens utvecklingsledare att inleda fortbildningsinsatsen. Senare meddelades avslag för sökta medel varför forskningsprojektet i sin helhet aldrig genomfördes. Jag ansvarade för upplägget och genomförandet av de delar av fortbildningen som fokuserade kring digitala verktyg i matematikundervisningen. Det empiriska materialet som används i denna uppsats utgörs av fokusgruppsamtal om sammantaget 99 minuter och 58 sekunder. Materialet samlades in under den första fortbildningsträffen i augusti-september 2014. Gruppindelningen skedde spontant utifrån deltagarnas placering i rummet. Det innebar att det i grupperna både fanns lärare som var kollegor

från samma skola men också lärare som inte kände varandra sedan tidigare. I en grupp fanns 3 lärare från samma skola i resten av grupperna var det högst 2 lärare från samma skola.

I föreliggande uppsats benämns intervjugrupperna från A till F. Fokusgruppsamtalen utgick från nedanstående frågeställningar:

- På vilket sätt kan digitala verktyg stödja elevers matematiklärande?
- På vilket sätt kan digitala verktyg hindra elevers matematiklärande?
- Vilka är dina erfarenheter av digitala verktyg i matematikundervisningen?

De ovan nämnda frågeställningarna diskuterades i förväg i forskarteamet och syftade till att locka fram lärarnas erfarenheter av och förgivettagna antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg. Eftersom tre fokusgrupper förde sina diskussioner samtidigt var det inte möjligt för mig att delta i diskussionerna annat än tillfälligt eller då någon grupp särskilt bad om klargörande av något slag, vilket utgör en risk i det att diskussionen kan tappa fokus. Grupp D tappade fokus vid åtskilliga tillfällen, vilket medförde att gruppen endast genererat ett excerpt som faller inom ramen för den matematiska klassrumsdiskursen (Ryve, 2011). Övriga grupper genererade mellan 4 - 13 excerpt.

Transkribering

Samtalen talspråkstranskriberades, vilket innebär att de nedtecknas som ett mellanting mellan tal och skrift där exempelvis hummanden utesluts för att få bättre flyt vid läsning av transkriptet. En sådan slags transkribering beskrivs av Bryman (2011). Lärarna i respektive grupp anges som L (för lärare), C (för gruppdiskussion, C)1 (för lärare 1 i gruppen). Intervjuaren anges som I. Nedan redovisas transkriptionsnyckeln.

...	Kortare paus < 3s
PAUS	Längre paus > 3s
[SKRATTAR]	Metakommentar anges inom hakparentes
VERKLIGEN	Stora bokstäver anger tydlig emfas
Många:	Anges vid unison kommentar, exempelvis då flera lärare samtidigt instämmer i föregående kommentar
XXXX	Anges vid egennamn

Analysförfarande – steg 1

Då fokusgruppsintervjuerna transkriberats avgränsades excerpt som innefattar diskussioner kring sådant som enligt Ryve (2011) utgör den matematiska klassrumsdiskursen. Det vill säga sådant som rör:

- Matematiska teckensystem, ord visuell mediering och epistemologiska aspekter av matematik som en diskurs
- Innehållsliga områden som exempelvis talteori, primtal, mätning
- Olika sätt att arbeta matematiskt, matematikers ”tankevanor”, exempelvis proportionellt resonerande, generalisering, bevisföring
- Matematiska kompetenser (förmågor)
- Idéer om lärande och kunnande i matematik exempelvis sociomatematiska normer
- Identitet, kön, etnicitet
- Klassrums”management”
- Positionering, agens

Denna avgränsning resulterade i 49 excerpt som analyserats utifrån Gees (2005) antaganden och språkets uppgifter och Diskursmodeller. Nedan redovisas en översikt av det empiriska materialet.

Deltagare (antal)	36
Grupper (antal)	6
Transkriberat material (min:s)	99:58
Transkriberat material (sidor)	60
Excerpt (antal)	49

De delar av fokusgruppintervjuerna som inte ansetts falla under någon av de diskurser Ryve (2011) beskriver har inte vidare analyserats. Innehållet i sådana samtal kan exempelvis röra generella frågor om tillgång till datorer på skolorna eller hur licenser för programvara hanteras på kommunal nivå. Dessa faktorer spelar visserligen roll för lärarnas möjlighet att använda digitala verktyg i klassrummet, men de har ingen specifik koppling till *matematik*klassrummet, vilket är skälet till att denna typ av samtal inte vidare analyserats. Ryves (2011) definition av matematikdidaktisk klassrumsdiskurs används för att rikta ljuset mot vilken betydelse de digitala verktygen får i matematikklassrummet genom lärarnas förgivettagna antaganden.

Analysförfarande – steg 2

Eftersom det i litteraturgenomgången framkommer att lärare tycks sätta digitala verktyg i spel med olika syften beroende på huruvida undervisningssituationen gäller elevers enskilda eller parvisa interaktion alternativt helklassammanhang (Polly, 2014), något som även speglas i föreliggande uppsats, har excerpten ordnats utifrån dessa två perspektiv i resultat- och analyskapitlet. Ett av

excerpten går inte att placera in under något av de ovanstående perspektiven och därför har ett tredje perspektiv som rör användning av digitala verktyg i samband med undersökningar av utommatematiska fenomen också förts in.

Excerpten har analyserats med utgångspunkt i språkets sju uppgifter (Gee, 2005) för att synliggöra förgivettagna antaganden eller Diskursmodeller som verkar inom de tre olika perspektiven. Nedan redovisas de analysfrågor som använts med utgångspunkt i respektive språkuppgift.

1. Signifikans

Analysfråga:

- Hur tilldelas alternativt fråntas användandet av digitala verktyg betydelse i a) elevernas matematiklärande? och b) lärarnas matematikundervisningspraktik?

2. Aktiviteter

Analysfråga:

- I vilken aktivitet eller i vilka aktiviteter används språket på detta sätt som ett medel för att uttrycka a) elevernas instrumentella genes? och b) lärarnas orkestrering av elevernas instrumentella genes?

3. Identiteter

Analysfråga:

- Vilken eller vilka identiteter i samband med a) elevernas instrumentella genes och matematikkunnande och b) lärarnas orkestrering av elevernas instrumentella genes uttrycks genom denna språkanvändning?

4. Relationer

Analysfråga:

- Vilken slags relation eller relationer mellan a) lärare och elev och b) elev och verktyg avser denna språkanvändning att uttrycka med avseende på matematiklärande och instrumentell genes?

5. Politik eller fördelning av sociala varor

Analysfråga:

- På vilket sätt medför denna språkanvändning att ansvar för elevernas matematiklärande och instrumentella genes fördelas?

6. Samband

- Hur möjliggör denna språkanvändning att samband skapas eller bryts för att få digitala verktyg i matematikundervisningen att framstå som relevant alternativt irrelevant?

7. Teckensystem och kunskap

Analysfråga:

- På vilket sätt gör denna språkanvändning vissa kunskapsanspråk gällande a) elevernas instrumentella genes och matematikkunnande och b) lärarens orkestrering av elevernas instrumentella genes betydelsefulla (eller fråntar dem betydelse)?

Inom de olika temana framträder i diskurserna somliga av språkets uppgifter för mig tydligare än andra. Dessutom uppfattar jag att det finns överlapp mellan analysfrågorna därför framgår inte alla språkets uppgifter i samtliga analyserade teman.

Analysförfarande - steg 3

Då språk-i-användning (diskurser) analyserats utifrån ovan beskrivna analysfrågor har utifrån analysresultatet Diskursmodeller formulerats. En och samma diskursmodell kan verka inom olika Diskurser och eftersom en diskursmodell kan bestå av ett antal mindre Diskursmodeller kan delar av samma diskursmodell verka inom olika perspektiv, vilket i sin tur ger att dessa är sammanflätade med varandra och inte kan skiljas åt (Gee, 2005). Diskursmodellerna har analyserats utifrån Gees idé om konflikter mellan de tre olika kategorierna Diskursmodeller, nämligen:

- *Anslutande modeller* som är sådana vi medvetet ansluter oss till.
- *Värderande modeller* som vi använder medvetet eller omedvetet för att värdera och bedöma oss själva eller andra.
- *Modeller-i-användning* som vi medvetet eller omedvetet använder för beslutsfattande då vi agerar i och interagerar med omvärlden.

för att synliggöra hur Diskursmodellerna verkar inom Diskursen matematikundervisning med digitala verktyg.

Validitet, reliabilitet och språkets reflexivitet

Börjesson och Palmblad (2007) hävdar att diskursanalys skiljer sig från traditionell kvalitativ forskning så till vida att den senare utgår från idén att designa forskningsstudien så att den svarar mot den givna frågeställningen genom att välja lämpligt empiriskt material för att kunna visa upp verkligheten så som den faktiskt ser ut, medan diskursanalys utgår från teoretiskt drivna teman, i föreliggande studies fall Trouches (2004) idé om orkestrering och instrumentell genes, för att generera en intressant och fruktbar analys.

Forskarens objektivitet framhålls ofta som betydelsefull för studiers reliabilitet och som ett hot mot denna ses subjektivitet. Inom diskursanalys förhåller det sig annorlunda eftersom forskarens subjektivitet utgör en del av själva analysen, vilket medför att bias-problematik inte är aktuell. Inte heller kan analysen någonsin anses som slutförd eftersom diskursanalys inte bygger på en rationalistisk inställning, vilket medför att varje tolkning kan omtolkas och förstås annorlunda (Börjesson & Palmblad, 2007).

Validitet är ett mått på i vilken mån forskaren undersökt det som studien utger sig för att göra eller med andra ord i vilken mån studien är giltig (Kvale, 1997). Då det gäller diskursanalys blir den traditionella synen på validitet problematisk, vilket Gee (2005) förklarar med att validitet inte kan hävdas genom att låta diskursanalyser göra anspråk på att ”reflektera verkligheten” eftersom diskursanalys utgår från ett konstruktionistiskt perspektiv, vilket innebär ett antagande om att människor konstruerar sin verklighet, varvid densamma inte samtidigt kan anses reflekteras.

Med det konstruktionistiska perspektivet som bakgrund och de förutsättningar som följer med det, baserar Gee (2005) validitet inom diskursanalys på nedanstående fyra punkter:

- *Konvergens*: en diskursanalys är mer valid desto fler av de frågeställningar sammankopplade med språkets sju byggstenar som besvaras på ett överensstämmande och övertygande sätt.

Med utgångspunkt i Börjesson och Palmblads (2007) påpekande om betydelsen av att utgå från teoretiskt drivna frågeställningar har de av Gee (2005) beskrivna frågeställningarna kopplade till språkets sju byggstenar relaterats till Trouches (2004) idé om orkestrering och instrumentell genes. Samtliga 49 excerpt har analyserats utifrån de presenterade analysfrågorna, men eftersom vissa av språkets uppgifter för mig framträtt tydligare än andra ligger större betoning i analysen på signifikans, fördelning av sociala varor, aktiviteter och relationer än på samband och identiteter. Enligt Gees (2005) resonemang vore analysen än mer valid om samtliga frågeställningar besvarats i lika stor utsträckning.

- *Överensstämmelse*: svar på ovan nämnda frågeställningar blir mer övertygade desto fler och i desto större utsträckning andra diskursanalytiker och forskare i övrigt instämmer i analys och slutsatser.

Analys och slutsatser har kontinuerligt diskuterats och bearbetats dels i dialog med min handledare dels i dialog med andra forskare vid Malmö högskola och andra lärosäten. Analys och analysmodell har presenterats och diskuterats av verksamma forskare vid ett seminarium i augusti 2015 på *Dialogkonferens – Pedagogisk forskning i Skåne*

(<http://www.mah.se/Nyheter/Kalender/Dialogkonferens---Pedagogisk-forskning-i-Skane/>).

Dessutom har ett textseminarium med fokus på föreliggande studies analys hållits (i oktober 2015) inom ramen för forskarmiljön SISEME (Studies in Science, Environmental and Mathematics Education) vid Malmö högskola (<http://www.mah.se/fakulteter-och-omraden/ls/Forskning-pa-Larande-och-samhalle/Intern-forskningsinformation/NMT-didaktik/>). Resultat och analys har även relaterats till tidigare forskning.

- *Täckning:* analysen är desto mer valid i ju större utsträckning den kan användas för att förutsäga utfall i liknande situationer.

I samtliga sex fokusgruppsamtal bygger det i särklass vanligast förekommande förgivettagna antagandet eller Diskursmodeller på att digitala verktyg i matematikundervisningen är ett medel för färdighetsträning och att lärarens orkestrering är begränsad till att sammanföra elev och digitalt verktyg, vilket antyder att liknande samtal lärare emellan karaktäriseras av dessa förgivettagna antaganden.

- *Språkliga detaljer:* analysen är mer valid ju tätare den knyts till språkliga detaljer.

Den utsträckning i vilken analysen fokuserar språkliga detaljer är delvis sammankopplad med på vilket sätt transkription gjorts. I föreliggande studie har det inspelade materialet takspråkstranskriberats, vilket är vad en lingvist skulle kalla en "bred" transkription (Gee, 2005). Denna metod utesluter analys av exempelvis tonfall, gester, talets hastighet och så vidare. Gee (2005) menar dock en studies validitet inte ligger i hur noga transkriberingen gjorts utan i hur väl "the transcript works together with all the other elements of the analysis [det vill säga de fyra punkter vilka validitet grundas på] to create a "trustworthy" analysis" (sid. 106). Då jag genom fokusgruppsamtal undersökt hur årskurs 4-lärare med olika erfarenhet matematikundervisning med digitala verktyg gemensamt skapar mening kring detta för att kunna säga något om Diskursen matematikundervisning med digitala verktyg blir det av större vikt att transkribera flera olika sådana samtal med fokus på gemensamt meningsskapande, än att djupgående studera hur och på vilket sätt enskilda individers uttalanden samspelar med exempelvis en intervjuare som i fallet vid djupintervjuer. Detta har i sin tur tillsammans med begränsat tidsutrymme lett till valet av talspråkstranskription.

Eftersom situationer och språk är reflexivt sammanlänkade så till vida att språk gör situationer meningsfulla och vice versa, blir följden att även min analys som uttrycks med hjälp av språket blir reflexivt kopplad till "språk-plus-situation" det vill säga mina förgivettagna antaganden gällande matematikundervisning med digitala verktyg, som analysen rör (Gee, 2005). Det innebär att

uppsatsen rör de aspekter av matematikundervisning med digitala verktyg som jag tolkar som relevanta varvid andra kan komma att hamna i skymundan. Det blir således betydelsefullt att säga något om mina egna erfarenheter kring digitala verktyg i allmänhet men kanske än mer betydelsefulla är mina erfarenheter av matematikundervisning med digitala verktyg. I slutet av 80-talet inledde jag min yrkesverksamma karriär, då som maskiningenjör med särskild utbildning i det digitala verktyget CAD (Computer Aided Design) vilket jag vid mina första anställningar hade ansvar för att implementera i verksamheten. Efter några år som maskiningenjör utbildade mig till MaNO 1-7-lärare. Mitt intresse för digitala verktyg flyttades till olika undervisnings- och lärandeaspekter och fokuserades på vilket sätt de digitala verktygen kunde användas för att utveckla min egen undervisningspraktik och mina elevers lärande. 2010-2012 deltog jag och min dåvarande klass i det från Malmö högskola ledda forskningsprojektet *Matematik för den digitala generationen* (2010-2012).

Mitt deltagande i projektet gav mig tillgång till matematikdidaktisk forskning om såväl matematikundervisning som om olika möjligheter digitala verktyg kan erbjuda matematikundervisning. För närvarande är jag yrkesverksam som adjunkt i matematikdidaktik vid Malmö högskola och har bland annat varit delaktig i Skolverkets lärarfortbildningsinsats *Matematiklyftet* som en av textförfattarna bakom modulen Matematikundervisning med IKT. Jag tror att min bakgrund har betydelse exempelvis för valet av undervisnings- och klassrumsnära forskningsfrågor men också vad gäller det fokus som ligger på vad verktyget tillsammans med användarens tankar och/eller handlingar är tänkt att utföra eller med andra ord vad instrumentet ska göra (Trouche, 2004), det vill säga mitt fokus ligger i funktionella aspekter av den digitala tekniken. Min bakgrund har betydelse i de analyser jag gör så till vida att de görs i den situation/kontext som jag befinner mig i, vilken i sin tur är resultatet av de situationer/kontexter jag tidigare befunnit mig i. Vidare, föreliggande uppsats måste också ses som ett (med)skapande av Diskurser och kan bara förstås i sitt kulturella och sociala sammanhang. Börjesson och Palmblad (2007) menar dock att ”Denna reflexiva insikt [...] på inget sätt [är] hämmande utan själva förutsättningen för att kunna göra analyser.” (sid. 21).

Forskningsetiska aspekter

I skriften *Forskningsetiska principer* (2002) redogörs för fyra huvudkrav som ställs på samhällsvetenskaplig och humanistisk forskning. Dessa benämns som informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. Nedan följer en redogörelse för på vilket sätt föreliggande uppsats gör anspråk på att möta dessa krav.

Informationskravet innebär att forskaren ska informera uppgiftslämnare och undersökningsdeltagare om deras uppgift i forskningsprojektet och om forskningsprojektet som sådant. Detta gjordes vid en informationsträff som anordnades av huvudmannens utbildningsledare och som riktade sig till samtliga i fortbildningsinsatsen deltagande lärare. De övriga forskare som tillsammans med kommunens utbildningsledare stod bakom forskningsansökan deltog vid träffen. Vid träffen informerades om fortbildningens upplägg men även om forskningsprojektets syften, om olika metoder för materialinsamling, tänkt finansiering och om hur fortbildningsinsatsen av huvudmannen betraktades som obligatorisk medan deltagande i materialinsamling sågs som frivillig. Samtyckeskravet innebär just att deltagare själva har rätt att besluta om delaktighet i forskningsprojektet och också att de när som helst kan bryta sin delaktighet, vilket deltagarna i föreliggande studie har haft möjlighet att göra eftersom de när som helst kunnat avstå från att delta i samtalet och i stället vara tysta. Konfidentialitetskravet innebär att uppgifter rörande enskilda individer ska behandlas på ett sådant sätt att de enskilda individernas integritet skyddas. Deltagarnas personuppgifter har inte kopplats samman med röster i det inspelade materialet då fokus inte rört enskilda individer utan legat på det gemensamma meningsskapandet. I transkript har deltagarna benämnts L för lärare därefter en bokstav som anger vilken diskussionsgrupp de tillhört som slutligen med ett nummer för att skilja gruppdeltagarna åt. Då egennamn förekommer har dessa i transkriptet markerats med XXXX. Eftersom huvudmannens samtliga årskursföreläsare ingår i studien har jag för att undvika att genom detta faktum röja lärarnas identitet har huvudmannen endast beskrivits som en större kommun i södra Sverige. Förvisso skulle antalet årskursföreläsare med undervisning i matematik kunna peka på vilken kommun det gäller, men en sådan koppling förefaller omständlig att få till stånd i praktiken. Nyttjanderätten innebär att uppgifter insamlade om enskilda personer endast får användas i forskningssyfte. Hade fallet varit så att det tänkta forskningsprojektet fått medel beviljade skulle detta krav kunna bli problematiskt vad gäller utbildningsledarens roll eftersom det skulle kunna finnas risk för att insamlat material kom att användas för att lönesätta lärare exempelvis i relation till i vilken mån de samtycker i och utför huvudmannens IKT-strategi. Med tanke på detta har det insamlade materialet endast hanterats av mig. Utvecklingsledaren var inte närvarande vid de tillfällen då jag träffade lärarna för att säkerställa att nyttjandekravet möttes.

Resultat och analys

Resultaten utgår från de excerpt som avgränsats utifrån Ryves (2011) matematiska klassrumdiskurs och därefter analyserats med hjälp av Gees (2005) antaganden om språkets uppgifter och om Diskursmodeller med fokus på funktionella aspekter av användningen av digitala verktyg i

matematikundervisningen. De funktionella aspekterna uttrycks genom Trouche (2004) som hävdar att ett verktyg blir till ett instrument för att utföra något genom processen instrumentell genes, vilken dels utgörs av elevers interaktion med verktyget, men även av lärarens medvetna orkestrering av denna interaktion. Resultatet pekar mot att lärarnas förgivettagna antaganden om vad instrumentet ska utföra i störst utsträckning är sammankopplat med färdighetsträning och att orkestreringen av den instrumentella genesen begränsas till val av digitalt verktyg.

Det ligger inte inom ramen för diskursanalys att kvantifiera förekomsten av olika perspektiv, Diskursmodeller eller Diskurser. Men för att ge en bild av Diskursen matematikundervisning med digitala verktyg, kan det trots allt vara intressant att veta var betoningen i det empiriska materialet ligger. 39 av de totalt 49 excerpten gäller elevers individuella alternativt parvisa användning av digitala verktyg, medan nio excerpt rör helklassundervisning. Denna uppdelning har gjorts utifrån att lärarnas förgivettagna antaganden skiljer sig åt beroende på om det rör sig om elevers enskilda eller parvisa användning av digitala verktyg eller om det rör sig om helklassundervisning. Denna skillnad noterar även Polly (2014) och Drijvers et al. (2010). I ett av excerpten behandlas både elevers individuella användande av digitala verktyg och ett helklassanvändande eftersom de samspelar i den beskrivna undervisningssituationen. Matematik används i det fallet som ett tankeverktyg eller en tertiär artefakt (Wartofsky, 1979) för att beskriva ett visst utommatematiskt fenomen. Det rör sig om att eleverna möter matematik på det sätt som Walkerdine (1998) beskriver som instrumentellt till skillnad från i de övriga excerpten då det rör sig om ett pedagogiskt möte eftersom de undersöker ett utommatematiskt fenomen med hjälp av matematik. Eftersom dessa tre perspektiv, det vill säga elevers enskilda eller parvisa aktiviteter med digitala verktyg, helklassundervisning i matematik med digitala verktyg samt matematik och digitala verktyg för att undersöka ett utommatematiskt fenomen, tydligt urskilts i analysen utgör dessa tre perspektiv rubriker för följande stycken.

Elevers enskilda eller parvisa användning av digitala verktyg i matematikundervisningen

Ur detta perspektiv tycks lärarnas förgivettagna antaganden bygga på att det digitala verktyget har till uppgift att förse eleverna med matematikuppgifter och att instrumentet (Trouche, 2004) ska automatisera matematiska objekt. Den matematiska diskursen (Ryve, 2011) rör matematikinnehåll, företrädesvis multiplikationstabeller, vilket skulle kunna bero på att det är årskurs-4-lärare som ingått i studien och att automatisering av multiplikation är aktuellt i den årskursen. Lärarnas orkestrering av elevernas instrumentella genes begränsas huvudsakligen till val av digitalt verktyg och eleverna alternativt det digitala verktyget tilldelas ansvar för elevernas instrumentella genes.

Nedan visas hur analys av 4 av de totalt 39 excerpten med fokus på elevers enskilda eller parvisa användning av digitala verktyg gjorts. Dessa excerpt har valts eftersom de tillsammans innehåller Diskursmodeller som gjort sig gällande inom perspektivet.

Resultat - steg 1

Den matematiska diskursen (Ryve, 2011) utgörs av matematiskt innehåll som oftast rör multiplikations-, additions- eller subtraktionstabeller med klar övervikt på multiplikation, vilket troligtvis kan förklaras med att studien rör årskurs-4-lärare och att automatisering av multiplikation är aktuellt för många elever i just årskurs 4. I materialet finns ett eller ett par exempel på arbete med tal i bråk-, procent och decimalform, koordinatsystem och geometri.

Excerpt 1 och 2 – steg 2

I excerpt 1 och 2 nedan menar lärarna att eleverna tycker att färdighetsträning i matematik blir roligare då digitala verktyg förs in i undervisningen.

Excerpt 1

LA3: IKT är ju inte bara Smartboarden. Jag tycker bara...[OHÖRBART]. Sånt som elevspel är ju jättebra för dem att lära sig matte till exempel och Nomp är ju jätte bra och asså allt sånt dragglingsmatte är ju mycket lättare att lära sig. Det är ju mycket roligare. De tycker det är mycket roligare om de sitter framför en dator eller en iPad.

Excerpt 2

LB4: Sedan så finns det ju andra såna här mattespel på iPaden också. Jag har en tjej hon tycker inte att det är så roligt med matte och det här nöta liksom tabellträning finns ju så man kan spela mot varandra....

Många: [INSTÄMMER]

LB4: Och alla de här Mult och så. Vi har gjort tävlingar med diagram och så om vem som hinner snabbast och så tävlar de och samlar poäng och så...

LB2: Då blir det lite mer lustfyllt samtidigt... så man glömmer bort att man tränar på det viset...

Analys

Digitala verktyg i matematikklassrummet görs betydelsefulla genom att lärarna menar att eleverna tycker att arbetet med verktyget är lustfyllt. Lärarnas förgivettagna antaganden utgår ifrån verktyget som en primär artefakt (Wartofsky, 1979) eftersom det är den fysiska artefakten förväntas göra lärandetillfället lustfyllt, vilket exemplifieras då lärare LA3 i excerpt 1 säger att "De tycker att det är mycket roligare om de sitter framför en dator eller iPad.". Citatet visar att det räcker med att eleven "sitter framför" verktyget för att situationen ska vara lustfylld. Vad den instrumentella genesen består i, tycks inte spela roll i sammanhanget. Detta förgivettagna antagande om att blotta närvaron av

digitala verktyg ökar elevers intresse för matematik framkommer även i studier gjorda av Polly (2014) och Chronaki och Matos (2014). I excerpt 2 är det däremot applikationer, i det här fallet, designade som spel vilka möjliggör tävlingsmoment som lärarna beskriver som orsak till varför artefakterna gör att eleverna upplever lärandetillfället lustfullt. Sist i excerptet säger lärare LB2 ”Då blir det lite mer lustfyllt samtidigt... så man glömmor bort att man tränar på det viset...”, vilket kan tolkas som att matematiklärandet behöver förkläs i en ”digital rolighets skepnad” och döljas för eleverna, vilket i sin tur paradoxalt nog förväntas leda till deras lärande.

Matematikkunnsande uttrycks som färdigheter, vilka ska utföras så snabbt som möjligt. Lärare LA3 uttrycker sig med ord som ”traggingsmatte” och lärare LB4 talar om ”vem som hinner snabbast”. Det gäller färdigheter som ska automatiseras. Färdigheterna förväntas utvecklas genom att verktyget förser eleverna med olika uppgifter och verktygets uppgift är att tillsammans med elevens tankar/handlingar (instrumentell genes) bli till instrument för att befästa och automatisera matematik med tonvikt på olika tabeller. Uppgiftslandskapet (Skovsmose, 2003) gör sig gällande med den skillnaden att det digitala verktyget ersätter (Hughes et al., 2006) delar av undervisningen som läraren och/eller eventuellt matematikläroboken stått för tidigare. Det kan innebära förskjutning från läraren och eleverna till det digitala verktyget sker då det gäller godkännande av matematisk kunskap, vilket även Trigueros et al. (2014) noterat. En sådan förskjutning spelar i sin tur roll för relationen mellan elever och lärare så till vida att läraren (och i förlängningen även eleverna) lämnar över godkännandet av matematiskt kunnande till det digitala verktyget. Den syn på matematikkunnsande som innebär att fördjupat kunnande ses som en ökad förmåga att handskas med och göra omvandlingar mellan olika representationer (Duval, 2006; Lesh, 1981) gör sig här inte gällande.

Lärarna (inom parentes anges vilken lärares uttalande som avses) talar om elevernas aktiviteter med ord som ”sitter” (LA3), ”spelar” (LB4), ”tränar” (LB2), ”tävlar” (LB4), ”lärt sig” (LA3), och ”nöter” (LB4), vilket vid en första anblick kan tolkas som att eleverna är aktiva och ”gör saker”. Vid närmare analys framgår att elevens görande sällan producerar något som en lösning eller ett resonemang med avseende på matematikkunnsande, utan att det oftast rör sig om att eleven konsumerar matematikuppgifter ofta inbäddade i spel. I ljuset av detta kan eleverna möjligtvis ses som aktiva men inte som konstruerande vilket i linje med vad som inom COACTIVE-projektet visats vara mindre kognitivt utmanande, än om det rör sig om att genom konstruerade aktiviteter utveckla matematikkunnsande (Neubrand et al., 2013). Även Polly (2014) uppmärksammar att det oftast, då elever använder digitala verktyg enskilt eller i par, rör sig om mindre kognitivt utmanande aktiviteter. Den instrumentella genesen, det vill säga processen som leder till att verktyget blir ett instrument för något specifikt, i detta fall att automatisera visst matematikinnehåll, förväntas ske enbart genom

elevens interaktion med verktyget och utan nämnvärd orkestrering. Eftersom varken läraren, med avseende på den instrumentella orkestreringen, eller eleverna, med avseende på den instrumentella genesen, är aktivt konstruerande försätts de i rollen som konsument i relation till det digitala verktyget, både i ett mikroperspektiv med avseende på klassrummet och de relationer mellan lärare, elever och det matematiska innehållet och ur ett samhälleligt perspektiv, vilket exempelvis Chronaki och Matos (2014) gör gällande.

Excerpt 3 och 4 – steg 2

I excerpt 3 diskuterar lärarna en applikation som handlar om prioriteringsregler. De menar att applikationen inte kan användas i undervisningen eftersom den innehåller felaktigheter. I excerpt 4, som följer direkt efter excerpt 3, ifrågasätter en lärare huruvida de digitala verktygen verkligen leder till matematiklärande.

Excerpt 3

LB1: Du menar prioriteringsregler, ja det var en app som inte funkade...

LB6: Ja, ja precis så heter det...och så var det inte så...det var helt vansinnigt...man tänkte...vad är nu detta tänkte jag...det stämmer ju...inte...

LB1: Nä det stämmer inte..

LB4: Nä alltså det var felkonstruerat...

LB6: Pinsamt...är det ju för dom som har gjort det är det ju det. Jag kan ju inte lämna ut det till eleverna. Det verkade jätteroligt och när det sedan blev fel i är fel i programmet då kan man ju inte lämna ut det. Det var helt tokigt var det ju.

Excerpt 4

LB6: Han ska träna då enkel matematik det är någon additionsgrej eller något sådant här som han gör. Och då ska han kolla och så ska han lägga....han sitter bara och drar så här....

LB4: Ja, ja..

LB6:och det är ett hinder tycker jag för då lär man sig inte va tycker jag

Många: Ja...nä [INSTÄMMER]

LB6:...då ska man ha något annat och jobba med och inte sitta så för att det funkar ju liksom inte...asså han lär ju sig ingenting av det...

LB6: Men appar är ju inte svar på allting kan jag känna utan man måste ha lite urskiljning och se gör de verkligen det de ska...

Många: Umm..ja..

LB6: Ger det verkligen det lärande jag tänker..

Analys

Den del av orkestreringen av den instrumentella genesen som läraren är delaktig i består av lärarens sökande efter ”rätt” verktyg eller en ”bra” applikation och av att matcha denna med elevens behov av verktyg i syfte att nå ett specifikt mål, vilket synliggörs genom att lärare LB6 talar om att ”lämna ut” applikationen till eleverna. I excerpt 3 blir en konsekvens av detta förgivettagande att en applikation som några av lärarna presenterats för under en fortbildningsdag inte anses möjlig att använda. Det matematiska innehållet i applikationen har fokus på prioriteringsregler, men någon har upptäckt att det finns matematiska felaktigheter i applikationen. Lärare LB6 säger ” Jag kan ju inte lämna ut det till eleverna. Det verkade jätteroligt och när det sedan blev fel i är fel i programmet då kan man ju inte lämna ut det.”. Lärarens roll i elevernas instrumentella genes sträcker sig här till att ”lämna ut” applikationen till eleverna och eftersom den tycks innehålla fel dras slutsatsen att det inte kan användas för att nå det tänkta lärandemålet. Ett annat scenario där läraren orkestrerar den instrumentella genesen exempelvis genom att ge eleverna i uppgift att söka efter felaktigheter applikationens behandling av prioriteringsregler och att matematiskt förklara dessa skulle kunna vara ett tillfälle då eleverna blir aktivt konstruerande (Neubrand et al., 2013), men ett sådant scenario utesluts i och med att det tas för givet att den instrumentella genesen enbart sker genom elevens interaktion med verktyget och omöjliggörs eftersom lärarens orkestrering begränsats till val av applikation. Som visats tidigare kan detta förgivettagna antagande leda till att relationerna mellan lärare, elever och matematiskt innehåll förändras eftersom de digitala verktygen tillskrivs godkännandet av matematiskt kunnande, vilket även noterats av Trigueros et al. (2014). Samma förgivettagande ligger till grund då lärare LB6 i excerpt 4 ifrågasätter huruvida verktyget blir till instrument för att nå det avsedda lärandemålet genom att säga ”gör de (verktygen) verkligen det de ska” och ”Ger det verkligen det lärande jag tänker?”. Det är verktyget som ska ”ge” lärande utan att läraren är delaktig i orkestreringen av elevens instrumentella genes. Orkestreringen av den instrumentella genesen blir, som i tidigare excerpt, något som sker enbart mellan verktyget och eleven. Möjligheten för lärare att, genom orkestrering, påverka *hur* verktyget blir till instrument för elevernas lärande då elever använder digitala verktyg enskilt eller i par utesluts genom det förgivettagna antagandet.

En konsekvens av att lärarens orkestrering av den instrumentella genesen begränsats till val av applikationer blir att en stor del av ansvaret för elevens instrumentella genes läggs antingen hos eleven eller hos själva verktyget. I excerpt 4 ligger ansvaret hos eleven som inte, enligt lärare LB6, tycks ta detta ansvar. Verktyget inte blir till instrument för det avsedda lärandet då ”...han bara sitter och drar så här...”. I excerpt 4 blir det faktum att själva applikationen eller dess tillverkare hålls ansvariga för

lärandet och det matematiska kunnandet tydligt, då lärarna menar att applikationen inte kan användas eftersom den innehåller matematiska felaktigheter. De ovan beskrivna förgivettagna antagandena medför att relationer mellan lärare, elever och matematiskt innehåll inte endast formuleras i interaktionen mellan lärare och elever utan att de digitala verktygen ges plats på denna arena, i detta fall vad gäller anspråk på matematiskt kunnande.

Resultat Diskursmodeller – steg 3

Matematikundervisning med digitala verktyg görs betydelsefull genom att vikten av lustfyllda lärandesituationer lyfts fram. Matematiklärande behöver svepas in i ”digital rolighetsförklädning” eftersom det tas förgivet att elever tycker att automatiserande av matematik är tråkigt, men också att de digitala verktygen kan göra matematiklärandet roligare. Att kunna matematik likställs här med att utföra matematiska operationer så snabbt som möjligt. Det är procedurförmågan (Skolverket, 2011a) som sätts i spel. Den instrumentella genesen sker företrädesvis mellan elev och verktyg utan lärarens orkestrering annat än vad gäller val av lämplig applikation eller programvara. Lärarens uppgift är att matcha lämpligt verktyg med elevens behov för att nå det aktuella lärandemålet. Elever är konsumenter av uppgifter som medieras med hjälp av de digitala verktygen. Ansvar för den instrumentella genesen ligger hos eleven alternativt hos verktyget eller verktygets/applikationens designers.

En konflikt uppstår då de lustfyllda lärandesituationerna som digitala verktyg förväntas generera fungerar som anslutande diskursmodell och då samma diskursmodell sätts i användning och det visar sig att verktyget inte alls, exempelvis som i excerpt 4, fungerar som instrument för det tänkta lärandet. Eftersom diskursmodellen även innebär att ansvar för lärande ligger hos eleven eller verktyget/applikationen, värderas elevens instrumentella genes med avseende på det tänkta lärandemålet i relation till detta, och inte i relation till lärarens orkestrering av elevens instrumentella genes. Frågan om lärarens medverkan i huruvida och på vilket sätt ett verktyg blir till instrument för att nå det tänkta lärandemålet blir en icke-fråga, vilket tydligt framgår av det empiriska materialet, eftersom det då elever enskilt eller parvis använder digitala verktyg i matematikundervisningen inte går att finna exempel på då lärarna resonerar kring deras egen orkestrering (undantaget val av verktyg/applikation) av elevers matematiklärande med digitala verktyg.

Helklassundervisning i matematik med digitala verktyg

I helklassundervisning får de digitala verktygen i det empiriska materialet betydelse i matematikundervisningen ur två olika perspektiv. I det ena fallet har de digitala verktygen i första hand till uppgift att möjliggöra för läraren att hantera elevers olika behov och förutsättningar i det

heterogena matematikklassrummet. I det andra fallet blir verktyget till ett instrument för att stärka elevernas resonemangsförmåga i matematiksamtal i helklass. Motivet att använda digitala verktyg på detta sätt tycks för lärarna i första hand utgå ifrån ett antagande om behov av förändrade sociala klassrumsnormer. Klassrumsperspektivet har betydelse för den enskilde eleven, men fokus i temat ligger på klassrumsgemensamma matematikaktiviteter och på vilken betydelse lärare uppfattar att verktygen får i den egna matematikundervisningspraktiken i relation till elevgruppen. Nedan visas hur analys av 3 av de totalt 9 excerpten som rör helklassundervisning gjorts. Dessa excerpt har valts eftersom de tillsammans innehåller Diskursmodeller som framkommit rörande helklassundervisning med digitala verktyg.

Resultat steg 1 - Matematikundervisning i det heterogena klassrummet

Den matematiska diskursen inom temat utgörs företrädesvis av vad Ryve (2011) benämner som "classroom management". Det handlar alltså om hur läraren organiserar matematikklassrummet. De digitala verktygen blir här tillsammans med lärarens handlingar och tankar till ett instrument med uppgift att möta de utmaningar matematikundervisning i det heterogena klassrummet kan innebära.

Excerpt 5 och 6 - steg 2 – Matematikundervisning i det heterogena klassrummet

Excerpt 5 och 6 är kopplande till samtal om matematikundervisning i det heterogena klassrummet. Lärarna diskuterar kring hur de digitala verktygen kan vara ett medel för att anpassa matematikundervisningen så att elevers olika behov av utmaning i lärandet möts.

Excerpt 5

LB4: Särskolan använder det ju väldigt mycket asså det finns...särskola, vi har ju särskola också...från det al...ira enklaste och det finns ju ända upp till...asså det finns ju en svårighetsgrad också...det spänner ju upp till nian vissa av matteuppgifterna.

LB2: Några gör det ja.

LB4:...med vinklar och ja jag kommer inte på något just nu men där finns liksom en spännvidd på övningarna.

LB5: Jag har tagit över en klass nu, en årskurs 4 och där är också en särskoleintegrerad flicka och hon gör ju helt andra saker så det är ju svårt att hinna med när man har alla andra också...

LB2: Där har jag gjort mycket med hjälp av iPaden.

Excerpt 6

LC6: Men just med appar och så det är så mycket...det krävs ju att man själv får leka med det

LC5:...pilla med det, exakt

LC6:...och det tar ju tid ju och om man då får det överöst över sig blir det ju mer att man skjuter det åt sidan

LC1: Jag tror att man kan hamna i den situationen om man har ett väldigt spritt fält av förmågor bland barnen och sedan har vi då Pelle som står på huvudet där borta någonstans och så ska han räkna och då är det geschwint att tänka att ”Men här titta, nu har jag hittat en app till dej, titta Pelle här ska du se” och då är det jätteroligt ett tag då och så stillar man sitt samvete. Han har ju en app nu är lämplig för honom. Ja är den det? Alltså det här att checka upp, vart kommer han? Hur tänker han? När tänker han fel? För att de är otroligt fascinerade och fixerade vid rörlig bild och den är ju kul ju...en till syvene och sist...ni vet...hur mycket fakta, förståelse, förtrogenhet...finner du förtrogenheten?...Jag vill inte vara anti...men är detta den enda lösningen...jag vet inte...

Analys

Digitala verktyg i matematikundervisningen görs betydelsefulla i relation till lärarnas uppfattning om vilka utmaningar undervisning i ett heterogent matematikklassrum kan innebära. I de båda ovanstående excerpten förväntas de digitala verktygen bli till instrument för undervisning då det, för den tidspressade läraren gäller att tillgodose olika elevers behov med avseende på svårighetsnivå i matematikinnehåll, vilket framgår i excerpt 5 dels då lärare LB4 säger ”från det al...Ira enklaste och det finns ju ända upp till...asså det finns ju en svårighetsgrad också...det spänner ju upp till nian vissa av matteuppgifterna.”, men också då lärare LB5 förklarar att ” Jag har tagit över en klass nu, en årskurs 4 och där är också en särskoleintegrerad flicka och hon gör ju helt andra saker så det är ju svårt att hinna med när man har alla andra också...”.

Även här tas för givet att den instrumentella genesen sker mellan elev och verktyg och att lärarens orkestrering sträcker sig till val av digitalt verktyg/applikation. Det betyder att läraren för att möta olika elevers behov, måste skaffa sig kunskap om och analysera ett antal applikationer som lärare LC5 och LC6 uttrycker som att ”leka med” eller ”pilla med” applikationerna. Genom det språkbruket tycks lärarna uppfatta sig själva som aktiva i relation till verktyget. Å andra sidan ”får [lärarna] det överöst över sig”, ett språkbruk som vittnar om en passiv relation till verktyget.

Det förgivettagna antagandet om att den instrumentella genesen förväntas ske utan lärarens orkestrering begränsar lärarens möjligheter att följa elevernas lärande, vilket blir tydligt i excerpt 6 då lärare LC1 säger att: ”Alltså det här att checka upp, vart kommer han? Hur tänker han? När tänker han fel? För att de är otroligt fascinerade och fixerade vid rörlig bild och den är ju kul ju...en till syvene och sist...ni vet...hur mycket fakta, förståelse, förtrogenhet...finner du förtrogenheten?”. Det tycks som om lärarens ifrågasättande utgår ifrån ett förgivettaget antagande som innebär att matematiskt kunnande synliggörs genom nedtecknade lösningar på olika uppgifter vars giltighet bedöms av läraren, något som är karaktäristiskt för uppgiftsdiskursen (Skovmose, 2003).

Då relationerna i matematikklassrummet karaktäriseras av en uppgiftsdiskurs utmanar digitala verktygen relationen mellan lärare, elever och matematikinnehåll, vilket i sin tur skulle kunna leda till ett behov av förändrade normer. Om matematikklassrummets normer förblir oförändrade betyder

det i stället att läraren utesluts från möjligheten att följa elevernas lärande, vilket tycks vara vad lärare LC1 ger uttryck för. För att lärare vars undervisning kan kopplas till uppgiftsdiskursen ska ta till sig laborativ matematikundervisning med digitala verktyg krävs bland annat att utrymme för förändrade relationer mellan lärare, elever och det matematiska innehållet ges.

Resultat steg 3 – Diskursmodeller - Matematikundervisning i det heterogena klassrummet

Digitala verktyg kan underlätta matematikundervisning i det heterogena matematikklassrummet eftersom de kan erbjuda uppgifter på olika svårighetsnivå. Den instrumentella genesen sker då mellan elev och verktyg. Lärares orkestrering innefattar val av applikation, vilket medför svårigheter för läraren att följa elevernas matematiklärande. För att framgångsrikt integrera digitala verktyg i matematikundervisningen krävs att läraren har kännedom om och analyserar ett stort antal applikationer.

Det uppstår konflikter då Diskursmodellerna sätts i användning eftersom det är tidskrävande att gallra bland utbudet av applikationer, alltså är det inte säkert att undervisningen underlättas ur den synpunkten. Då den instrumentella genesen förutsätts ske utan nämnvärd orkestrering hindrar detta läraren från att följa elevernas lärande vilket kan tolkas som att verktyget utesluter läraren från inflytande över och insyn i elevernas lärande vilket är ytterligare ett exempel på en konflikt mellan anslutande modeller och modeller-i-användning.

Resultat steg 1 - Matematiksamtal i helklass

Den matematiska diskursen inom temat utgörs företrädesvis av vad Ryve (2011) benämner som "Constructs derived for learning and knowledge in mathematics" (s. 175). I temat helklassundervisning är det dessa idéer gällande matematiklärande i relation till klassrumsinteraktion som framträder. Yackel och Cobb (1996) använder begreppet sociomatematiska normer för att beskriva matematikklassrummets implicita förgivettaganden och hur dessa förhandlas och omförhandlas i interaktionen mellan lärare, elever, det matematiska innehållet och i det här fallet de digitala verktygen.

Excerpt 7 - steg 2 – Matematiksamtal i helklass

Då digitala verktyg används för matematiksamtal i helklass, något som förekommer sparsamt i det empiriska materialet, är instrumentets (Trouche, 2004) uppgift att utveckla kommunikations- och resonemangsförmåga (Lgr 11, 2011). De orkestreringstyper som framträder då digitala verktyg används vid matematiksamtal i helklass är de som Drijvers et al. (2010) benämner *discuss-the-screen* och *sherpa-at-work*, vilket sammanfaller med de orkestreringstyper som framgår ur Pollys (2014)

studie. Nedan följer en analys av excerpt 7 med utgångspunkt i några av de analysfrågor som kopplats till språkets sju uppgifter.

Excerpt 7

LB6: Det kan man ju även, att köra upp..jag har använt mycket att fotografera av deras lösningar och så får de själva berätta och prata och det tycker jag har gjort att de är mindre...bryr sig mindre om om det är fel...

Många: Ja, ja

LB6: ...asså det tycker jag är jättebra för det gör inget längre om det är fel för man lär sig något i alla fall...

LB2:...för där kunde jag känna att den öppnade också upp för att okej då berättar vi här hur vi löste detta och hur vi tänkte, ja det var inte likadant som ni men det gör ju ingenting ..att det liksom öppnade upp för en annan mattediskussion...

LB6: Ja, men det gör det...

Analys

Digitala verktyg görs här betydelsefulla genom att stötta elevernas möjlighet att kommunicera matematik genom att använda olika lösningsstrategier vilket framgår då lärare LB2 menar att verktyget "öppnade också upp". Språkbruket kan tolkas som att det digitala verktyget förändrar klassrummets sociala normer så till vida att de öppnar upp, en tidigare mer sluten matematikdiskussion och möjliggör ett förhandlande kring i det här fallet, olika lösningsförslag vilket uttrycks då lärare LB2 säger "ja det var inte likadant som ni men det gör ju ingenting". Det kan i sin tur tolkas som att en förskjutning från en uppgiftsdiskurs mot en undersökningsdiskurs pågår, alltså fungerar det digitala verktyget i denna situation transformerande med avseende på rådande klassrumsdiskurs och dess sociala normer, något som sker under förutsättning att det i lärarens undervisningspraktik ges utrymme för en sådan transformation (Trigueros et al., 2014).

I excerpt 7 används klassrumsdiskussioner som utgår från elevlösningar som projiceras så att alla i klassen kan se dem. Det digitala verktyget blir till instrument för elevers matematikresonemang genom att den instrumentella genesen orkestreras i det att läraren väljer olika lösningsförslag som presenteras av elever, jämförs och diskuteras i helklass med särskilt fokus på att det är eleverna som för diskussionerna, vilket framgår i excerpt 7 då lärare LB2 använder "vi" för att relatera till elevernas aktiviteter "berättar vi här hur vi löste detta och hur vi tänkte, ja det var inte likadant som ni men det gör ju ingenting".

Istället för att läraren (eller applikationen) äger lösningen till ett matematiskt problem, vilken ofta enligt Skovsmose (2003) uttrycks som ett kort och rätt svar flyttas den rollen till eleverna och

lösningar får sin giltighet genom att de förhandlas mellan lärare och elever och mellan elever. Ur det perspektivet blir även felaktiga lösningar intressanta för eleverna, vilket framgår då lärare LB6 säger "...asså det tycker jag är jättebra för det gör inget längre om det är fel för man lär sig något i alla fall...". Detta kan leda till att relationer mellan lärare, elever och matematikinnehåll påverkas i den mening att fokus flyttas från att en uppgifts lösning består i ett kort och rätt svar till att den kan utgöras av en diskussion där såväl talade- som symbol- eller bildrepresentationer används. Relationen mellan elev och det digitala verktyget uttrycks som att verktyget "öppnar upp" elevernas möjlighet att diskutera sina lösningar.

Lärarna (inom parentes anges vilken lärares uttalande som avses) talar om elevernas aktiviteter med ord som "berätta" (LB6, LB2), "prata" (LB6), "lära sig" (LB6), "tänkte" (LB2) och "mattediskussion" (LB2). Orden uttrycker kognitiv aktivitet och att eleverna är aktiva och genom meningsskapande producenter av matematikkunnande.

Ansvar för elevernas instrumentella genes ligger både hos elever och läraren, vilket uttrycks genom att läraren talar om att "använda", "köra upp" och "tycker" i "jag"-form, medan det är "vi" som "berättar" och "tänkte". Läraren orkestrerar undervisningstillfället genom att den didaktiska planens långsiktiga mål omfattar utveckling av elevernas resonemangs- och kommunikationsförmåga. Planen för genomförande innebär val av lämpliga digitala verktyg för projektion av elevlösningar samt val av lämpliga matematikproblem. Eleverna ansvarar för att gemensamt (med stötning av läraren) resonera kring olika lösningsmetoder och de digitala verktygen "har gjort att de är mindre...bryr sig mindre om om det är fel...", vilket möjliggör en diskussion. Här finns inslag av det som Skovmose (2003) beskriver som en undersökningsdiskurs eftersom ansvaret för att föra lektionen framåt delas av lärare och elever.

Resultat - steg 3 – Diskursmodeller Matematiksamtal i helklass

Digitala verktyg i matematikundervisningen är betydelsefulla eftersom den kan stötta elevernas resonemangs- och kommunikationsförmåga. Läraren orkestrerar elevernas instrumentella genes genom en didaktisk plan (Drijvers et al., 2010) som bland annat innebär val av matematiskt problem, formulering av långsiktigt mål som innebär att eleverna utvecklar resonemangs- och kommunikationsförmågan. Matematiskt kunnande innebär att föra och följa matematiska resonemang. Ansvar för elevernas instrumentella genes ligger delvis hos läraren genom hennes orkestrering av undervisningen och delvis hos eleverna. Eleverna är aktiva producenter av matematikkunnande. Inga tydliga konflikter mellan de Diskursmodeller som återfunnits har identifierats.

Matematik och digitala verktyg för att undersöka ett utommatematiskt fenomen

Endast på ett ställe i det empiriska materialet förs ett samtal om användning av matematik och digitala verktyg för att med hjälp av matematik undersöka ett utommatematiskt fenomen. Det är på detta sätt, det vill säga att behandla utommatematiska fenomen med hjälp av matematik som matematik och digitala verktyg företrädesvis används i vardags- och yrkeslivet. I nedanstående excerpt sätts matematiken i spel som ett instrument för att undersöka ett fenomen, det rör sig här att kvantifiera förekomsten av olika namn över tid för att dra slutsatser om deras popularitet, och inte i första hand för att eleverna ska utveckla kunskaper om specifika matematiska fenomen. Nedan visas hur analys av excerpt 8 gjorts.

Resultat - steg 1

Den matematiska diskursen utgörs här av det Ryve (2011) benämner ”Mathematical sign systems, words and visual mediators...” (sid. 174) i den mening att matematiken genom grafer och tabeller används för att mediera ett visst utommatematiskt fenomenens beskaffenhet. Till skillnad från tidigare teman som utgörs av det Walkerdine (1998) benämner som pedagogiskt möte med matematik rör det sig här om instrumentellt möte med matematik, det vill säga då matematiska objekt används som tankeredskap för att förstå världen, i detta fall för att dra slutsatser kring hur populära olika namn är och har varit.

Excerpt 8 - steg 2

Det digitala verktyget tillsammans med elevernas tankar och handlingar har till uppgift att kvantifiera och behandla fenomen och mediera dessa genom olika representationsformer (Duval, 2006) med syfte att dra slutsatser kring fenomenets beskaffenhet. Nedan följer en analys av excerpt 8 rör användning av programmet Excel i matematikundervisning, med utgångspunkt i några av de analysfrågor som kopplats till språkets sju uppgifter.

Excerpt 8

LB3: Jag tänker på det här med andra erfarenheter. Jag har använt Excel en del när vi har hållit på med statistik och så. De samlar in information om någonting och så får de göra tabeller och diagram.

LB2: Det är ju bra...Det är jag dålig på

LB4: Jag kan inte heller Excel

LB6: Jag kan inte heller hela Excel

LB2: Hjälpigt kan jag men det är så jag använder det för sällan

LB3:...att de fick gå in på Statistiska Central Byråns sida och där kan man ju gå in på namnstatistik och så kan man...så fick de gå in och hitta sitt namn och då kan man se de senaste 10 och 12 åren hur många som fått ett visst namn av de som är födda och då fick de skriva in i en tabell åren då de senaste 10 eller 12 åren och så fick de skriva in hur många som fått det och sedan fick de då göra ett linjediagram på det och det blev ju väldigt intressant om namnet var mer populärt eller mindre eller så...

LB5: Ja då kan man kolla "Min kurva är mycket mer så än din..."

LB3: Ja och då tittade vi på dem tillsammans också...hur ser det egentligen ut...lite analys där..

LB5: Per namn då?

LB3: Ja de hade satt upp var sitt diagram där på väggen. Och så pratade vi om linjediagram som man har överst...eller när det är tid så brukar man ju ha det och så om det då hade blivit mer populärt eller mindre och så...ja

Analys

Lärarna (inom parentes anges vilken lärares uttalande som avses) talar om elevernas aktiviteter med ord som "samlar in" (LB3), "får göra" (LB3), "hitta" (LB3), "skriva in" (LB3), "kolla" (LB5), "analys" (LB3) och "prata" (LB3). Det är i det närmaste endast en lärare LB3 som talar om elevernas aktiviteter, vilket tyder på att få lärare satt denna Diskursmodell i användning. Elevernas aktiviteter beskrivs med ord som företrädesvis har fokus på att utföra något, vilket skulle kunna sammankopplas med att såväl matematiken som det digitala verktyget har till uppgift att mediera ett instrumentellt möte med matematik.

Då lärarna i excerpt 8 explicit uttrycker elevernas aktiviteter uttrycks samtidigt den instrumentella orkestreringen implicit, eftersom denna utgör förutsättning för att elevernas ovan beskrivna aktiviteter ska möjliggöras. Orkestreringen utgörs av att utforma (till skillnad från att välja) lämpliga uppgifter, av att eleverna känner till det digitala verktygets olika funktioner och att elevernas resultat jämförs och diskuteras i lärarledda samtal för att dra slutsatser kring de samma i relation till det fenomen som undersökts.

Eleverna "fick gå in" säger lärare LB3. Det är således hon som gett eleverna tillåtelse att använda SCBs-hemsida i ett specifikt syfte. I och med att "tillåtelse" ges eleverna av läraren tar läraren samtidigt ansvar för denna tillåtelse. Läraren har ett aktivt förhållningssätt till elevernas aktiviteter med det digitala verktyget och också till deras instrumentella genes. Vidare används ordet "vi" då ett samtal kring undersökningen av resultatet förs, vilket jag tolkar som att eleverna också tilldelas ansvar

för meningsskapandet. Det är *discuss-the-screen-orkestrering* (Drijvers et al., 2010) som gör sig gällande här.

Eftersom läraren orkestrerar elevernas instrumentella genes i flera avseenden tilldelas läraren ansvar för densamma. Eleverna ansvarar för att vara aktiva och deltagande i den kunskapspraktik som sätts i spel eftersom de både ska använda instrumentet för att undersöka ett specifikt fenomen (hur populärt deras namn varit över tid) men också för att utveckla kunnande om på vilket sätt instrumentet medierar resultatet av deras undersökning (kvantifiera, göra tabeller och diagram samt diskutera vad som medieras).

I excerpt 8 säger lärare LB2 ”Det är ju bra [att använda digitala verktyg så som beskrivs ovan]...Det är jag dålig på.”. Läraren tillskriver kunnande om instrumentell orkestrering, så som den beskrivs ovan, som betydelsefull samtidigt som hon uppfattar som själv som okunnig i det typen av instrumentell orkestrering.

Resultat steg 3 - Diskursmodeller

Digitala verktyg i matematikundervisningen kan stötta undersökningar av olika fenomen med hjälp av matematik. Läraren orkestrerar elevernas instrumentella genes genom att formulera för eleverna lämpliga undersökningar, genom att instruera eleverna i verktygets möjligheter och genom att följa upp deras lärande i en gemensam avslutande diskussion om undersökningens utfall. Läraren har tillsammans med eleverna ansvar för elevernas matematikkunnande och instrumentella genes. Då diskursmodellen sätts i användning uppstår konflikter mellan de anslutande och värderande modellerna eftersom lärarnas kunnande begränsar deras möjligheter att använda digitala verktyg på detta sätt.

Sammanfattning av resultat och analys

Då det gäller den första forskningsfrågan som rör vad lärarna tar för givet att om elevers matematiklärande med stöd av olika digitala verktyg i matematikundervisningen pekar resultatet mot att lärarna tar för givet att det i första hand är då det handlar om färdighetsträning som elevers matematiklärande stöts av digitala verktyg då de använder digitala verktyg enskilt eller parvis. Då det rör sig om matematikundervisning ur ett helklassperspektiv fungerar digitala verktyg antingen tillsammans med lärarens tankar och handlingar som ett instrument då det gäller att undervisa matematik i det heterogena klassrummet (här är det alltså lärarens tankar/handlingar som tillsammans med verktyget blir till ett instrument) eller som ett instrument för att stärka elevers kommunikations- och resonemangsförmåga.

Då det gäller den andra forskningsfrågan, som rör vilka förgivettagna antaganden lärarna gör om sin undervisning med digitala verktyg för att genom orkestrering stötta elevernas instrumentella genes visar resultatet att de förgivettagna antagandena tycks skilja sig åt beroende på huruvida det gäller elever enskilda eller parvisa arbete med digitala verktyg eller om det gäller matematikundervisning i helklass, vilket överensstämmer med exempelvis Pollys (2014) studie. Då elever arbetar enskilt eller i par tas det för givet att verktyget, som primär eller sekundär artefakt gör matematiklärandet mer lustfyllt, alternativt för lärare och elever närmare varandra, vilket även Chronaki och Matos (2014) visar. Den instrumentella genesen förväntas ske utan lärares orkestrering, vilket medför att ansvar för den instrumentella genesen läggs hos elever alternativt hos det digitala verktyget. Detta innebär att elevernas instrumentella genes med avseende på det tänkta lärandemålet värderas utifrån det digitala verktyget eller utifrån eleven och inte med avseende på lärarens instrumentella orkestrering. Frågan om lärarens instrumentella orkestrering blir en icke-fråga. I materialet finns något exempel på instrumentell orkestrering då elever arbetar enskilt eller i par som innebär att läraren aktivt orkestrerar den instrumentella genesen i samband med att eleverna möter digitala verktyg och matematik instrumentellt till skillnad från pedagogiskt. Lärare ansluter sig till denna Diskursmodell och värderar sig själva utifrån den med resultatet att de upptäcker att deras tekniska kunnande, TK, enligt Koehler et al. (2013) brister, vilket medför att de trots att de ansluter sig till Diskursmodellen inte sätter den i användning. Eftersom det förgivettagna antagandet om att lärarens instrumentella orkestrering sträcker sig till att para ihop ”rätt” applikation/verktyg med elevers olika behov utesluts läraren från inflytande och insyn i elevernas matematiklärande. Då digitala verktyg används för matematikundervisning i helklass tycks förgivettagna antaganden till skillnad från i ovanstående situation, bygga på lärares instrumentella orkestrering, även detta är i linje med Pollys (2014) studie. Det är orkestreringstypen *discuss-the-screen* som Drijvers et al. (2010) menar är en elevaktiv orkestreringstyp som gör sig gällande.

Diskussion

Min studie syftar till att synliggöra hur lärares förgivettagna antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg får betydelse när de används i matematikundervisning. Studien har ett klassrumsnära perspektiv genom att den insamlade empirin består av 36 årskurs-4-lärares gruppvisa fokussamtal om digitala verktyg i den egna matematikundervisningen. Samtalen har analyserats genom diskursanalys enligt Gee (2005) med fokus på så kallade Diskursmodeller. Diskursmodeller är vad Gee (2005) beskriver som prototypsimuleringar eller förgivettagna antaganden som delas av flera. Jag har valt att fokusera på funktionella aspekter av digitala verktyg i matematikundervisningen och därför använt mig av begreppen instrumentell orkestrering och instrumentell genes (Trouche, 2004) eftersom de fokuserar relationen mellan elevernas matematiklärande, det digitala verktyget och lärarens undervisning. I den triad som dessa faktorer utgör har jag intresserat mig för vilken betydelse lärares förgivettagna antaganden har, eftersom jag genom erfarenhet i möten med lärare och även genom studier (exempelvis Drijvers et al., 2010; Trigueros et al., 2014) blivit medveten om att lärares föreställningar har betydelse för hur matematikundervisning med eller utan digitala verktyg möjliggörs och begränsas. Studiens resultat pekar mot att lärarna tar för givet att då elever enskilt eller parvis använder digitala verktyg är det primära syftet färdighetsträning. De digitala verktygen gör färdighetsträning roligare, menar lärarna. Dessa förgivettagna antaganden skiljer sig från syftet i kursplanen i matematik (Skolverket, 2011a) där digitala verktyg i första hand beskrivs som stöttande då elever undersöker och experimenterar med matematik. I den insamlade empirin finns dock något exempel där lärares förgivettagna antaganden överensstämmer med styrdokumentens ambition. Då digitala verktyg används gemensamt i klassrummet motiveras detta i första hand med att verktygen ”öppnar upp” för en matematisk klassrumsdiskussion. Vidare pekar resultaten mot att lärarna tar för givet (framför allt då elever enskilt eller parvis använder digitala verktyg) att den instrumentella genesen sker utan lärares orkestrering, vilket medför att ansvar för den instrumentella genesen läggs hos elever alternativt hos det digitala verktyget. Detta innebär att elevernas instrumentella genes med avseende på det tänkta lärandemålet värderas utifrån det digitala verktyget eller utifrån eleven och inte med avseende på lärarens instrumentella orkestrering. Frågan om lärarens instrumentella orkestrering blir en icke-fråga.

Metoddiskussion

I följande stycke diskuterar jag val av metod och gör några reflektioner kring gjorda erfarenheter samt konsekvenser av metodvalet. Eftersom, vilket exempelvis Gee (2005) påpekar, teoretiska antaganden,

metodologi och metod är beroende av varandra berörs dessa tre aspekter nedan om än i olika stor utsträckning.

Det empiriska materialet i min studie utgörs av inspelade fokusgruppsamtal där lärare diskuterar möjligheter och hinder samt erfarenheter av digitala verktyg i matematikundervisning. Jag hävdar att min studie har ett klassrumsnära perspektiv som gäller relationen mellan elevers matematiklärande, det digitala verktyget och lärarens undervisning. Trots det har jag inte gjort några klassrumsobservationer. Detta kan förefalla märkligt och bör därför diskuteras. Jag vill påpeka att studien gäller lärares *förgivettagna antaganden* om digitala verktyg i matematikundervisning och vilken betydelse dessa kan få för deras undervisningspraktik. Det betyder att min studie behöver byggas runt teoretiska utgångspunkter kring förgivettagna antaganden. Enligt Gee (2005) kan dessa studeras med hjälp av Diskursmodeller, vika tar sin utgångspunkt i analys av språkliga handlingar. Valet att studera Diskursmodeller ledde mig till frågan; i vilket sammanhang kan de språkliga handlingar, relevanta för min studie, samlas in? Är det mest lämpligt att göra det i matematikklassrummet eller då lärare diskuterar matematikundervisning med digitala verktyg? Jag har valt det senare alternativet dels med förhoppningen att det insamlade empiriska materialet ska utgöra en högre koncentration av, för studien relevanta språkhandlingar, eftersom studiens tidsramar begränsat möjligheten att hantera ett mer omfattande material. Men framför allt har det senare alternativet valts eftersom fokusgruppsamtal ger deltagarna möjlighet att utveckla sina påståenden och fördjupa sina diskussioner (Patton, 2002), vilket jag utgått från, ger tillgång till för studien relevanta språkhandlingar. Detta antagande från min sida bygger dock på föreställningen att människor är meningsskapande varelser och att deras språkhandlingar avspeglar detta meningsskapande och därmed spelar roll för förgivettagna antaganden. Frågan om fokusgruppsdeltagarnas uttalanden kan utökas till att gälla huruvida dessa uttalanden är sanningsenliga. För diskursanalys är denna fråga inte intressant eftersom diskursanalys bygger på konstruktionism, det vill säga idén om att det inte kan finnas någon versionsfri eller oberoende verklighet (Börjesson & Palmblad, 2007), vilket medför att en diskussion gällande sanningshalten i olika påståenden inte är av intresse.

Jag vill även lyfta frågan om i vilken mån det är relevant att studera just förgivettagna antaganden eller Diskursmodeller (Gee, 2005) då det gäller att undersöka vilka möjligheter och begränsningar lärarens föreställningar om digitala verktyg i matematikundervisning utgör i undervisningspraktiken. Då det gäller vikten av att studera lärares föreställningar och vilken betydelse dessa får i deras undervisningspraktik stöder jag mig på studier som exempelvis Kunter och Baumerts (2013) som just visar att lärares föreställningar utgör möjligheter och hinder i matematikundervisningen. Enligt Gee

(2005) kan språkhandlingar studeras för att synliggöra förgivettagna antaganden eller Diskursmodeller. Gee (2005) är tydlig med att de teoretiska antaganden han beskriver och de metoder han sammankopplar med dessa utgör en introduktion till diskursanalys. Under mitt arbete har jag allt mer påtagligt blivit varse att det just rör sig om en introduktion till diskursanalys och kommit fram till att för att få ett större djup i analysen av det empiriska materialet krävs andra metoder och andra teoretiska utgångspunkter. Detta återspeglas exempelvis i det faktum att vart och ett eller ett par av språkets sju uppgifter som Gee (2005) beskriver, kan förstås utifrån egna forskningsfält och teoretiska antaganden. Exempelvis skulle de språkliga uppgifter Gee (2005) benämner som fördelning av sociala varor och relationer kunna studeras med hjälp av positioneringsteori (Harré & van Langenhove, 1999). Som en del i min utbildning har det dock varit såväl användbart som lärorikt att med hjälp av Diskursmodeller studera just förgivettagna antaganden, vilket för mig öppnat ingångar till fördjupad förståelse kring hur språkhandlingar kan studeras och hur de påverkar social interaktion både i ett micro- och makroperspektiv.

Ett arbete som detta utvecklas över tid. Det medför att jag under arbetets gång utvecklats och gjort nya lärdomar, vilket i sin tur gör det möjligt att fråga sig själv, vad skulle jag gjort annorlunda om jag genomfört studien i dag? Ett önskemål vore att ha haft möjlighet att agera moderator vid ett fokusgruppssamtal i taget, vilket dock vore svårt att genomföra i praktiken av organisatoriska skäl. En annan och mer angelägen fråga, i mitt tycke, är den om lärarnas delaktighet. Så som studien är genomförd skulle den kunna beskrivas som en studie *om* lärare och inte *med* lärare. Genom att erbjuda de lärare som önskat, möjlighet att diskutera och kommentera mina analyser och genom att låta dessa kommentarer utgöra en del av analysen hade studien i större mån blivit ett arbete *med* lärare. Jag tror att en sådan studie vore mer relevant och trovärdig i läsarens ögon och dessutom skulle lärarna i större utsträckning subjektifieras. En studie designad på ett sådant sätt beskriver exempelvis Andersson (2011).

Slutligen vill jag föra fram en kommentar gällande insamlingen av det empiriska materialet samt transkribering av det samma. Vi insamlingstillfället användes diktafoner för att spela in lärarnas samtal. Eftersom varje grupp bestod av 6 lärare innebar det att jag blev tvungen att urskilja och hålla isär sex olika röster samtidigt och dessutom i sex olika samtal. Det medförde att jag under transkriberingsarbetet åtskilliga gånger varit tvungen att spola tillbaka och lyssna om för att identifiera vilken lärare som sagt vad, vilket gjort transkriberingsarbetet onödigt tidskrävande. Hade jag i stället använt en videokamera och filmat respektive grupp hade identifieringar av rösterna kunnat göras visuellt vilket troligen inneburit en väsentlig tidsvinst.

Resultatdiskussion

Som nämns i inledningen har detta arbete sin upprinnelse i min upplevelse av att mitt förhållningssätt gentemot matematikundervisning med digitala verktyg skilde sig från de kollegor jag mötte. Denna upplevda skillnad gjorde mig intresserad av att studera vilka föreställningar eller förgivettagna antaganden som hindrar och möjliggör matematikundervisning med digitala verktyg.

Då det gäller den första forskningsfrågan som rör vad lärarna tar för givet att om elevers matematiklärande med stöd av olika digitala verktyg i matematikundervisningen pekar mina resultat pekar mot att det finns en skillnad i hur lärare förhåller sig till de digitala verktygens erbjudanden beroende på om det rör sig om helklassundervisning eller elevers enskilda eller parvisa aktiviteter. Då det rör sig om helklassundervisning och det digitala verktyget utgörs av en interaktiv skrivtavla tillåter deras förgivettagna antagande att relationen mellan de själva, eleverna och det matematiska objektet förhandlas och omförhandlas exempelvis då olika lösningsförslag värderas och diskuteras. Läraren orkestrerar den instrumentella genesen i relativt stor utsträckning, vilket är en förutsättning för att det digitala verktyget ska få betydelse för relationen mellan lärare, elever och det matematiska objektet.

Då det rör sig om elever enskilda eller parvisa arbete med digitala verktyg i matematiklärandet tycks lärarna ta för givet att det framför allt är i färdighetsträning inom olika innehållsmässigt avgränsade områden som de digitala verktygen kan få betydelse för elevers matematiklärande. De digitala verktygen motiveras i stor utsträckning av att de "gör" elevernas lärande roligt. Dessa båda antaganden skiljer sig avsevärt från de av forskarsamhället ofta framhållna fördelarna med digitala verktyg i matematikundervisningen, vilka riktar ljuset mot möjligheten att använda dynamiska representationer som stöttar elevers lärande om matematiska objekt (Chronaki & Matos, 2014; Joubert, 2012). Då dynamiska representationer används i matematikundervisning rör det sig framför allt om att elever laborerar och experimenterar med matematik, vilket ligger i linje med ambitionerna i matematikämnets kursplan (Skolverket, 2011a). Trots att denna hållning är tydlig inom forskarsamhället (i styrdokument) finns inte något exempel i det empiriska materialet som kan härledas till dynamiska representationer. Häri exemplifieras en av de skillnader i antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg som jag tydligt erfor i mina samtal med kollegor. Denna skillnad kan förklaras genom att se kunnande som deltagande i olika Diskurser. Jag hade bland annat genom mitt deltagande i forskningsprojektet *Matematik för den digitala generationen* (2010-2012) fått tillgång till en Diskurs som delas inom forskarsamhället. Mina kollegor däremot hade tillgång till en erfarenhetsbaserad Diskurs, vilken inte innefattade exempelvis dynamiska representationer. Trots att de båda Diskurserna rör matematikundervisning med digitala verktyg innehåller de olika

språkhandlingar och Diskursmodeller, vilket medför att dessa båda Diskurser möjliggör digitala verktyg i matematikundervisningen på olika sätt. De två Diskurserna tycks inte i någon större mån vara del av varandra. Som en konsekvens av detta möjliggör inte heller matematikundervisning med digitala verktyg det undersökningslandskap som läroplanen med tillhörande kommentarmaterial (Skolverket, 2011) framhåller som syfte med digitala verktyg i matematikundervisningen, utan tycks snarare bidra till att cementera uppgiftslandskapet. Detta skulle kunna vara en bakomliggande faktor som spelar roll i de PISA-resultat (2015) som visar att elever som använt digitala verktyg i sitt matematiklärande presterar sämre än de som inte gjort det. I ljuset av dessa resultat finns risk att de stora ekonomiska satsningar som gjorts för att ”digitalisera” svensk skola kan ses som ett misslyckande åtminstone då det rör sig om matematikundervisning. Vidare tycks de forskningsresultat som visar att digitala verktyg i matematikundervisningen stöttar elevers lärande (Connell, 1998; Li & Ma, 2008; Lou, d'Apollonia & Abrami, 2001) inte stämma överens med de resultat som presenteras i PISA-rapporten, vilket utifrån mina resultat skulle kunna förklaras genom att hävda att de lärare som deltagit i studierna som ligger till grund för ovan nämnda forskningsresultat, genom sitt deltagande i dessa, fått tillgång till en forskningsbaserad Diskurs om digitala verktyg i matematikundervisningen.

En annan aspekt av mina resultat kan exempelvis ses i skenet av rapporten *Tid för matematik* (Skolverket, 2012) som slår fast att införande av interaktiva skrivtavlor i matematikklassrummet leder till att undervisningen utvecklas och att elevernas möjligheter till matematiklärande ökar, men att då det handlar om elevernas självständiga aktiviteter med datorer utgör dessa snarast ett hinder såväl för lärares undervisning som för elevers matematiklärande. Detta förklaras i första hand med tekniska problem. Mina resultat, men även exempelvis Pollys (2014) tyder på att förklaringar som lägger orsaker till undervisningsmöjligheter i själva tekniken, antingen med avseende på funktion eller tillgång, långt ifrån är tillräckliga för att beskriva elevers möjligheter till matematiklärande med digitala verktyg, utan att dessa i stor utsträckning är beroende av lärares förgivettagna antaganden om digitala verktyg i matematikundervisningen.

Hillman och Säljö (2014) visar att olika lärare använder samma digitala verktyg på olika sätt i sin undervisningspraktik och sätter detta i relation till hur deras undervisningspraktik ser ut då digitala verktyg ej används. Det betyder att en lärare vars klassrum vanligtvis inte utgörs av ett undersökningslandskap, inte heller kommer att utveckla sin undervisning så att detta sker då digitala verktyg förs in i undervisningen, trots att dessa möjliggör undersökningar på ett interaktivt och dynamiskt sätt. I mina resultat finns ett exempel på hur undersökningslandskapet möjliggörs och stötts med hjälp av de digitala verktygen, nämligen då de används i en statistisk undersökning. Enligt

Hillman och Säljö (2014) resonemang skulle läraren som beskriver detta arbete troligen låtit eleverna göra en liknande undersökning även om de inte haft tillgång till digitala verktyg. Det skulle betyda att digitala verktyg förstärker och/eller transformerar (Hughes et al., 2006) en undervisningspraktik så som den redan ter sig. De digitala verktygen blir således en slags destillator för lärares befintliga undervisningspraktik och koncentrerar undervisningspraktiken så som den redan ter sig. Min studie pekar mot att även lärares förgivettagna antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg avgör hur dessa sätts i spel i matematikundervisningen och vilken uppgift de kommer att ha i elevers matematiklärande. Med mina resultat i åtanke tycks lärares förgivettagna antaganden, de digitala verktygen och undervisningspraktiken vara nära sammankopplade och ömsesidigt beroende av varandra och i sin tur utgöra en förutsättning för elevers matematiklärande med digitala verktyg. Det är inte tillräckligt att lärare deltar i en Diskurs som innebär att digitala verktyg används i matematikundervisningen utan det är av betydelse att lärare ges möjlighet att ingå i Diskurser som i större mån än nu delas av såväl representanter för forskarsamhället som av representanter för praktiken så att digitala verktyg i den matematiska klassrumsdiskursen i högre utsträckning möjliggör ett matematikklassrum som kan beskrivas utifrån undersökningslandskapet.

I föregående stycke hävdade jag att relationen mellan lärares förgivettagna antaganden, de digitala verktygen och undervisningspraktiken utgör förutsättningarna för elevers matematiklärande. I följande stycke kommer diskussionen kring denna relation att fördjupas. Då det gäller den andra forskningsfrågan, som rör vilka förgivettagna antaganden lärarna gör om sin undervisning med digitala verktyg för att genom orkestrering stötta elevernas instrumentella genes pekar resultatet mot att lärare i större utsträckning orkestrerar den instrumentella genesen då de använder digitala verktyg i helklass i jämförelse med då elever använder dessa i det självständiga arbetet. I det senare fallet tar lärarna för givet att den instrumentella genesen sker företrädevis genom elevernas interaktion med det digitala verktyget och att deras orkestrering sträcker sig till att gälla val av applikation. Som visats i resultatkapitlet får detta konsekvenser såväl för undervisningspraktiken som för elevernas matematiklärande bland annat eftersom relationerna mellan lärare, elever och matematiskt innehåll förändras då de digitala verktygen tillskrivs godkännandet av matematiskt kunnande (Trigueros et al., 2014).

Enligt TPACK-modellen är det de tre aspekterna pedagogisk kunskap, teknisk kunskap och ämneskunskaper samt hur dessa samspelar som spelar roll för hur och till vad digitala verktyg används i undervisningssyfte i klassrummet (Koehler et al., 2013). Låt oss återvända till samtalet där två lärare diskuterar en applikation som uppvisar matematiska felaktigheter gällande prioriteringsregler. I stället för att lärarna orkestrerar sin undervisning och utnyttjar felaktigheterna i applikationen för att

låta eleverna undersöka dessa, konstaterar lärarna att applikationen inte kan användas för elevernas matematiklärande. Låt oss betrakta samtalet i skenet av TPACK-modellen och tänka oss att lärarnas ämneskunskaper är tillräckligt goda vad gäller prioriteringsregler. Likaså är det fullt möjligt att deras pedagogiska kunskaper är tillräckligt goda för att på ett effektivt sätt kunna användas för undervisning om prioriteringsregler. Vidare kan det mycket väl vara så att lärarnas tekniska kunskaper är tillräckliga för att använda exempelvis datorplattor för att i en undervisningssituation låta eleverna arbeta på ett pedagogiskt väl genomtänkt sätt arbeta med prioriteringsregler genom att låta eleverna söka reda på och förklara felaktigheterna. Trots att förutsättningarna för matematikundervisning med digitala verktyg enligt TPACK-modellen i ovanstående hypotetiska exempel tycks goda, det vill säga ett överlapp mellan de tre fälten i modellen finns, menar lärarna i samtalet att applikationen inte kan användas i undervisningen. Detta beror på, menar jag, att lärarnas förgivettagna antaganden om hur digitala verktyg blir till instrument för lärande, i detta fall gällande prioriteringsregler, hindrar dem från att orkestrera undervisningen och sätta verktygets funktioner i spel i elevernas lärande. För att det digitala verktyget tillsammans med elevernas tankar och handlingar ska fungera som ett instrument för matematiklärande krävs en sammansmältning av verktygets funktioner, elevernas matematikkunnande och det matematiska innehållet, vilket medför att lärarens instrumentella orkestrering, som är beroende av lärarens förgivettagna antaganden, samtidigt måste fokusera dessa tre aspekter.

Genom att ställa samtalet om prioriteringsregler mot samtalet om den statistiska undersökningen om elevernas egna namn blir det tydligt att lärarnas förgivettagna antaganden skiljer sig åt och att detta påverkar hur de digitala verktygen sätts i spel i elevernas matematiklärande. Läraren som beskriver den statistiska undersökningen medierar genom sina språkhandlingar ett visst mått av autonomi i relation till det digitala verktyget. På samma sätt skulle relationen till digitala verktyg som den hypotetiske lärare, vilken låter sina elever undersöka felaktigheter i applikationen om prioriteringsregler, tänkas ge uttryck för också signalera ett visst mått av autonomi. Lärarna som menar att applikationen inte kan användas i elevernas matematiklärande ger genom sina språkhandlingar uttryck för en lägre grad av autonomi i relationen till det digitala verktyget. Detta eftersom de genom sina förgivettagna antaganden om att deras instrumentella orkestrering sträcker sig till val av applikation, fråntas de möjligheten till en högre grad av autonomi i relation till det digitala verktyget. Mina resultat tyder på att det förgivettagna antagande som innebär att lärarens instrumentella orkestrering sträcker sig till att gälla val av applikation är den i särklass vanligaste förekommande. De betyder i sin tur att lärarna i mitt empiriska material, framför allt då det gäller

elevens enskilda eller parvisa arbete med digitala verktyg i matematiklärandet, oftast intar en position som innebär en lägre grad autonomi i relation till de digitala verktygen.

Att lärare i någon mån är autonoma i relationen till verktyget tycks vara en förutsättning för att de ska orkestrera elevernas instrumentella genes så att denna inte sker endast mellan elev och det digitala verktyget. Dessutom tycks en högre grad av autonomi i relation till det digitala verktyget möjliggöra en bredare och mer omfattande instrumentell orkestrering, vilken i sin tur på ett tydligare sätt stöttar elevens instrumentella genes.

Implikationer för vidare forskning

Eftersom lärares autonomi i relationen till de digitala verktygen tycks spela en avgörande roll för deras möjlighet att orkestrera elevens instrumentella genes är det av betydelse att närmare studera denna relation. Som nämntes i metoddiskussionen är Gees (2005) analysverktyg som utgår från språkets sju uppgifter i min mening inte tillräckligt för att på ett djupare plan belysa den relation mellan läraren och det digitala verktyget som kan förstås genom språkhandlingar rörande språkets uppgifter med avseende på relationer och fördelning av sociala varor. I stället för att intressera sig för relationer och fördelning av sociala varor vore studier hur lärare positioneras av och positionerar sig i relation till digitala verktyg i den egna undervisningen eftersom det tycks spela en avgörande roll. Harré och van Langenhove (1999) beskriver positionering som de olika sätt människor använder tal och handlingar på för att arrangera sociala strukturer. Positionering kan relatera till positionering i rummet, men avser oftast positionering som en metafor för relationer. Positionering är dynamisk och det innebär att en och samma person kan agera olika beroende på om situationen är bekant eller obekant och om personen är nybörjare eller har tidigare erfarenhet (Skoog, 2014), vilket innebär att positionering är beroende av situation och kontext (Andersson & Valero, 2015). För att studera lärares positionering i relation till digitala verktyg i matematikundervisningen måste ytterligare en aspekt utöver situation och kontext behövas föras in, nämligen den materiella, eftersom även föremål (Latour, 2005) och digitala verktyg (Pickering, 1995; Shaffer & Clinton, 2006) kan tillskrivas agens.

Min studie har fokuserat förgivettagna antaganden eller Diskursmodeller om digitala verktyg i matematikundervisningen genom att analysera språk-i-användning och jag har visat att forskarsamhällets och styrdokumentens Diskurs om digitala verktyg i matematikundervisningen ofta skiljer sig från lärares erfarenhetsbaserade Diskurs om matematikundervisning med digitala verktyg. Diskursmodeller medierar mellan lilla d-diskurser och stora D-diskurser vilket också medför att kulturer, sociala grupper och institutioner formar sociala handlingar och identiteter samtidigt som kulturer, sociala grupper och institutioner produceras, reproduceras och omvandlas genom mänskliga

handlingar och aktiviteter (Gee, 2005). Min studie lägger inte fokus på vilka och hur stora D-diskurser ”sipprar” ner i språk-i-användning eller lilla d-diskurser, eller vad som formar dem utan fokuserar på Diskursmodeller. Eftersom stora D-diskurser om matematikundervisning med digitala verktyg produceras och reproduceras genom handlingar och aktiviteter vore av vidare intresse att studera Diskursen digitala verktyg ur ett samhälleligt, måhända kritiskt perspektiv för att förstå hur lärares förgivettagna antaganden om matematikundervisning med digitala verktyg påverkas av olika stora D-diskurser och hur denna påverkan möjliggör och hindrar tillträde till olika kunskapspraktiker eller Diskurser om matematikundervisning med digitala verktyg. Med tanke på att PISA-rapporten *Students, computers and learning* (2015) visar att digitala verktyg i matematikundervisningen i Norge och Danmark tycks bidra till elevers matematiklärande till skillnad mot i övriga länder vore det intressant att studera vad om påverkar Diskursen matematikundervisning med digitala verktyg i dessa länder och på vilket sätt det skiljer sig från övriga länder.

Implikationer för matematikundervisning med digitala verktyg på mellanstadiet

Mina resultat pekar mot att lärare, framförallt då elever enskilt eller parvis använder digitala verktyg i sitt matematiklärande, begränsar den instrumentella orkestreringen av undervisningssituationen till att gälla endast val av vad de anser vara en lämplig applikation för en viss elev. Jag menar att detta förgivettagna antagandet är bekymmersamt eftersom det hindrar lärare från att orkestrera sin undervisning då digitala verktyg används. Skulle lärares förgivettagna antaganden om den instrumentella orkestreringen däremot innefattar didaktisk plan, plan för genomförande och didaktiskt utförande (Drijvers et al., 2010) finns betydligt större förutsättningar för att elevers matematiklärande stöttas då digitala verktyg används i undervisningen. Lärare behöver således vara just lärare även då digitala verktyg används i matematikundervisningen och inte ta för givet att den instrumentella genesen sker enbart genom elevens interaktion med det digitala verktyget. Lärares Diskurs om matematik med digitala verktyg behöver alltså innefatta något som innebär instrumentell orkestrering. Eftersom en Diskurs produceras och reproduceras av de som deltar i den samma kan den endast förändras av dess deltagare. Det betyder att lärares språkhandlingar gällande digitala verktyg i matematikundervisningen behöver komma att gälla även instrumentell orkestrering. För att få till stånd sådana förändrade språkhandlingar kan exempelvis Skolverkets kollegiala fortbildningsinsats Matematiklyftetets modul Matematikundervisning med IKT (https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/faces/training/ak4-6/newlink843836?_adf.ctrl-state=l530aemes_4&_afLoop=2676023251880515) användas som gemensam utgångspunkt i ett kollegium.

Referenslista

Alvesson, M. & Sköldbberg, K. (2008). *Tolkning och reflektion. Vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*. Lund: Studentlitteratur.

Andersson, A. (2011). A “Curling teacher” in mathematics education: teacher identities and pedagogy development. *Mathematics Education Research Journal*. 23(4) 437-454.

Björklund Boistrup, L. (2010). *Assessment Discourses in Mathematics Classrooms*. Diss. Stockholms universitet. Stockholm: Stockholms universitet.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Malmö: Liber.

Börjesson, M. & Palmblad, E. (Red.) (2007). *Diskursanalys i praktiken*. Stockholm: Liber.

Chronaki, A. & Matos, A. (2014). Technology use and mathematics teaching: teacher change as discursive identity work. *Learning, Media & Technology*, 39(1), 107-125.

Clark-Wilson, Robutti & Sinclair (Red.) (2013). *Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development*. Retrieved from <http://www.ebilib.com>

Connell, M. L. (1998). Technology in Constructivist Mathematics Classrooms. *Journal Of Computers In Mathematics And Science Teaching*, 17(4), 311-38.

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool. *Educational studies in Mathematics*. 75(2), 213-234.

Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., van den Heuvel, C., Doorman, M. & Boon, P. (2014) Digital Technology and Mid-Adopting Teachers’ Professional Development: A Case Study. I *Mathematics Teacher in the Digital Era : An International Perspective on Technology Focused Professional Development*, Clark-Wilson, Robutti & Sinclair (Red.) (2013), pp 189-212. Retrieved from <http://www.ebilib.com>.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103–131.

Foucault, M. (1993). *Diskursens ordning*. Stockholm: B. Östlings bokförlag.

Gee, J. P. (2005). *An introduction to discourse analysis – theory and method*. New York: Routledge.

Hacking, I. (1999). *The social construction of what?*. Cambridge: Harvard Univ. Press.

Harré, R., & van Langenhove, L. (1999). *Positioning theory: Moral contexts of intentional action*. Oxford: Blackwell.

- Hillman & Säljö, R. (2014). Digitala teknologier omformas i matematikundervisning. I *Lärare i den uppkopplade skolan*. Red. Lantz-Andersson, A. & Säljö, R. Malmö: Gleerups.
- Hughes, J., Thomas, R. & Scharber, C. (2006). Assessing technology integration: The RAT- Replacement, Amplification and Transformation – framework. I *Society for Information Technology and Teacher Education International*, pp1616–1620. Chesapeake: VA:AACE.
- Joubert, M. (2013). Using digital technologies in mathematics teaching: Developing an understanding of the landscape using three “grand challenge” themes. *Educational Studies in Mathematics*. Vol 82, No 3, pp 341-359.
- Koehler, M.J., Mishra, P., & Cain, W. KOEHLER, (2013). What Is Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK)?. *Journal Of Education*, 193(3), 13-19.
- Kunter, M., Baumert, J. & Blum, W. (2013). *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers : Results from the COACTIV Project*. Retrieved from <http://www.eblib.com>
- Kunter, M. & Baumert, J. (2013). The COACTIV Model of Teachers’ Professional Competence. I *Cognitive Activation in the Mathematics Classroom and Professional Competence of Teachers : Results from the COACTIV Project*, (Red. Kunter, M., Baumert, J. & Blum, W.) , 25-48. Retrieved from <http://www.eblib.com>
- Kvale, S. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur, 1997.
- Lanz- Andersson, A. (2009). *Framing in Educational Practices Learning Activity, Digital Technology and the Logic of Situated Action*.Diss. Göteborgs universitet. Göteborg: ACTA UNIVERSITATIS GOTHOBURGENSIS.
- Latour, B. (2005). *Reassembling the social. An introduction to actor-networktheory*. Oxford: Oxford Univ. Press.
- Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational studies in mathematics*. 12, 235-264.
- Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review*. 22(3), 215-243.
- Lou, Y., d'Apollonia, S., & Abrami, P. C. (2001). Small group and individual learning with technology: A meta-analysis. *Review of Educational Research*. 71(3), 449-521.
- Matematik för den digitala generationen* (2010-2012). <http://www.mah.se/Forskning/Sok-pagaende-forskning/Matematik-for-den-digitala-generationen/> (hämtad 2016-01-10)
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational studies in mathematics*. 61, 219-245.

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). I Niss M., Højgaard Jensen T.(Red.), Kompetencer og matematiklæring : *Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København:Undervisningsministeriets forlag.

OECD (2015), *Students, Computers and Learning: Making the Connection*. PISA, OECD Publishing, Paris. DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en>

Patton, M. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. London: SAGE.

Pickering, A. (1995). *The mangle of practice: Time, agency, and science*. Chicago: University of Chicago Press.

Polly, D. (2014). Elementary School Teachers' Use of Technology During Mathematics Teaching. *Computers In The Schools*, 31(4), 271-292.

Potter, J. & Wetherell, M. (1987). *Discourse and social psychology - Beyond attitudes and behaviour*. London: Sage Publications Ltd.

Prensky, M. 2001. "Digital Natives, Digital Immigrants." *On the Horizon* 9 (5) 1–6.

Ruthven, K. (2014). Framework for analysing the expertise that underpins successful integration of digital technologies into everyday teaching practise. I *Mathematics Teacher in the Digital Era : An International Perspective on Technology Focused Professional Development*, Clark-Wilson, Robutti & Sinclair (Red.) (2013). pp 373-393. Retrieved from <http://www.ebib.com>.

Ryve, A. (2011). Discourse research in Mathematics Education: A Critical Evaluation of 108 Journal Articles. *Journal for research in mathematics education*, 42(2),167-199.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*. 22(1),1-36.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.

Shaffer, D. & Clinton, K. (2006). Toolforthoughts: Reexamining Thinking in the Digital Age'. *Mind, Culture, and Activity*, 13(4), 283 — 300.

Shulman,L.S.,(1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.

Skolverket (2011a). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2011b). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2012). *Tid för matematik*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket (2013). *IT-användning och it-kompetens i skolan*. Stockholm: Skolverket.

- Skoog, K. (2014). *Power, positionings and mathematics – discursive practices in mathematics teacher education*. Diss. Stockholms universitet. Stockholm: Stockholms universitet.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelselandskaber. I *Kan det virkelig passe?*. København: L&R Uddannelse, pp143-158.
- Stiftelsen för internetinfrastruktur (2013). Svenskarna och internet. Hämtad 2015-01-11 från <http://www.soi2013.se/>
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Norstedt.
- Säljö, R. (2005). *Lärande och kulturella redskap. Om lärprocesser och det kollektiva minnet*. Stockholm: Nordstedts.
- Säljö, R. (2015). *Lärande. En introduktion till perspektiv och metaforer*. Malmö: Gleerups.
- Teuscher, D., Hodges Kulinna, P. & Crooker, C. (2015). Writing to Learn Mathematics: An Update. *The Mathematics Educator*. 24(2), 56–78.
- Trigueros, M., Lozano, M.–D. & Sandoval, I. (2014). Integrating technology in the primary school mathematics classroom: The role of the teacher. I *The Mathematics Teacher in the Digital Era. An international Perspective on Technology Focused Professional Development*, pp111–188. Dordrecht: Springer.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computer-ized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281-307.
- Vetenskapsrådet, (2002). *Forskningsetiska principer*. Vetenskapsrådet.
- Vygotskij, L. (2001). *Tänkande och språk*. Göteborg: Daidalos.
- Walkerdine, V.(1988). *The mastery of reason: cognitive development and the production of rationality*. London: Routledge.
- Wartofsky, M.V. (1979). *Models*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Wertsch, J. V. (1998). *Mind as action*. Oxford University Press: New York.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.